PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. 15. März 1912. Redaktionsschluß für No. 7 am 15. März 1912. 13. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

W. Voigt u. H. M. Hansen, Das neue Gitterspektroskop des Göttinger Institutes und seine Verwendung zur Beobachtung der magnetischen Doppelbrechung im Gebiete von Absorptionslinien. S. 217.

G. S. Fulcher, Der Stark-Doppler-Effekt an Wasserstoff-Kanalstrahlen in Luft. S. 224.

M. Reich, Über die Strahlung einer Antenne in Abhängigkeit von ihrer Form. S. 228.

L. Schiller u. A. Döge, Widerstands- und Beschleunigungsmessungen an freisteigenden Pilotballonen mittels photographischer Registrierung. S. 234.

J. v. Weszelszky, Die Messung der Radioaktivität. S. 240.

J. Kroò, Zur statistischen Elektronentheorie der Dielektrika. S. 246.

D. A. Kreider, Einige Vorlesungsversuche aus der Elementarphysik. S. 250.

F. Paschen, Die Asymmetrie des Zeemanschen Tripletts. S. 252.

E. Meyer, Zur Diskussion über die Struktur der γ-Strahlen. S. 253.

Besprechungen:

H. W. B. Roozeboom, Die heterogenen Gleichgewichte vom Standpunkte der Phasenlehre. III 1. S. 254.

A. Wegener, Thermodynamik der Atmosphäre. S. 255.

H. Leiser, Wolfram. S. 256.

C. Schäffer, Natur-Paradoxe. S. 256.

F. Poske, Oberstufe der Naturlehre. S. 256.

Personalien. S. 256.

Gesuche. S. 256.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Das neue Gitterspektroskop des Göttinger Institutes und seine Verwendung zur Beobachtung der magnetischen Doppelbrechung im Gebiete von Absorptionslinien.

Von W. Voigt und H. M. Hansen.

Mitgeteilt von W. Voigt.

Für die meisten spektroskopischen Aufgaben ist das Rowlandsche Konkavgitter ein nahezu ideales Hilfsmittel, und die von ihm gelieferte astigmatische Abbildung des Spaltes eher förderlich als hinderlich. Nur wenn es sich darum handelt, verschiedene Teile des auf den Spalt geworfenen Bildes getrennt zu beobachten, erweist es sich als unpraktisch, insofern man dann zu keineswegs ganz einfachen und nicht immer vorteilhaft wirkenden Hilfen greifen muß, um die Abbildung zu einer stigmatischen zu machen. Da nun eine Reihe der mich theoretisch interessierenden Begleiterscheinungen des inversen Zeemaneffektes sich am besten mit einem stigmatischen Instrument beobachten lassen, und da auch andere von mir geplante Untersuchungen ein solches erfordern, so habe ich im vergangenen Jahr ein ziemlich mächtiges Instrument dieser Art konstruieren lassen, dessen Anordnung und Leistung vielleicht weitere Kollegenkreise interessieren mögen, und das deshalb im nachstehenden zugleich mit einigen seiner Anwendungen besprochen werden mag. Die Geldmittel zu seiner Herstellung verdankt das Institut der Kooperation der Göttinger Vereinigung für angewandte Physik und Mathematik und der Universitätsverwaltung, für die ich auch an dieser Stelle meinen Dank zum Ausdruck bringen möchte. Dieser gilt in erster Linie Herrn Dr. v. Böttinger, der die ganze Finanzfrage in die Hand genommen und zur erwünschten Lösung gebracht hat.

1. Das Anordnungsprinzip des neuen Spektroskops ist das Littrowsche der Autokollimation bei planem Reflexionsgitter. Es ist bekannt, daß dasselbe bezüglich des Auflösungsvermögens gewisse Vorteile bietet[1]), insofern der für dieses geltende Ausdruck

$$r = \frac{b}{\lambda}(\sin\alpha + \sin\beta)$$

(unter b die Gitterbreite, unter α und β Einfalls- und Beugungswinkel verstanden) sich besonders leicht groß machen läßt, wenn $\alpha = \beta$. Daneben ist es sparsam, insofern man mit nur einem abbildenden Element — Hohlspiegel oder Objektiv — auskommt.

Bei der Wahl zwischen den letztgenannten beiden Möglichkeiten kam in Betracht, daß zwar das Objektiv durch seine Dispersion und Absorption einerseits, durch seine störenden Reflexionen andererseits gewisse Schwierigkeiten bietet, daß es dafür aber in weiten Spektralbereichen eine nicht unerheblich größere Lichtintensität liefert, als ein Spiegel aus Spiegelmetall bei zweimaliger Reflexion, und überdies einen beträchtlich bequemeren Aufbau des ganzen Instrumentes gestattet. Ich habe mich bei dem neuen Instrument — nachdem bei einem kleineren, früher konstruierten ein Hohlspiegel zur Anwendung gekommen war — für ein achromatisches Objektiv entschieden.

Die Reflexionen an den Flächen des Objektivs können besonders dann unbequem werden, wenn weißes oder überhaupt vielfarbiges Licht in den Spalt tritt, denn hier wirken eben alle Bestand-

1) So z. B. H. Kayser, Spektroskopie, Bd. I, S. 424.

teile störend, während nur einer von ihnen das beobachtete Beugungsbild erzeugt. Die Störung wird aber leicht bis zur Unmerklichkeit herabgedrückt, wenn man schon vor dem Spalt alle fremden Farben merklich beseitigt. In manchen Fällen genügt hierzu ein Farbenfilter. Vorteilhafter und stets benutzbar ist ein einfacher Monochromator, bestehend aus einem Prisma, einem Spiegel und zwei Linsen in der durch Fig. 1 dargestellten Anordnung[1]). Prisma

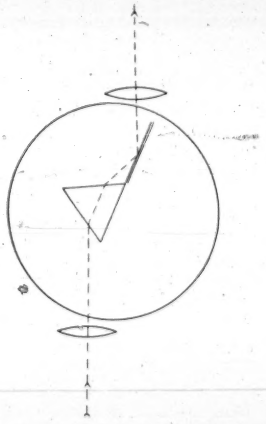


Fig. 1.

und Spiegel befinden sich auf einem drehbaren Tisch, die Linsen stehen fest; der einfallende und der austretende Strahl haben bei dieser Anordnung für alle Farben dieselbe Lage und durchsetzen das Prisma stets im Minimum der Ablenkung. Durch Drehung des Prismentisches kann man eine beliebige Farbe auf den Spalt bringen. —

Das achromatische Objektiv des Spektroskops mit der Öffnung 10,8 cm und der Brennweite 300 cm hat die Firma C. A. Steinheil Söhne in München aus UV-Kron- und Flintglas in sehr befriedigender Weise hergestellt. Für die Zwecke des Instrumentes, bei denen schließlich immer einfarbiges Licht zur Beobachtung gelangt, hat die Achromasie keine direkte Bedeutung; die indirekte liegt, abgesehen von der durch die Linsenkombination erzielten Verkleinerung der sphärischen Aberration, besonders darin, daß sie die beim Übergang von einer Farbe zur anderen nötigen Verstellungen am Instrument in engen Grenzen zu halten gestattet. Fig. 2, I

1) Siehe dazu z. B. H. Kayser, l. c., S. 531.

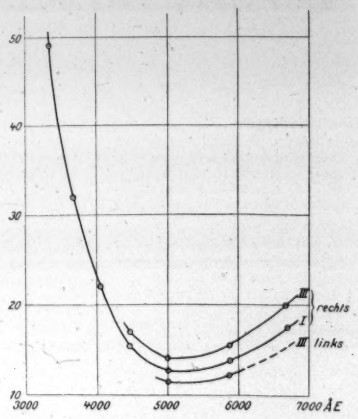


Fig. 2.

gibt nach den Beobachtungen von Herrn Hansen an dem einen Spektrum erster Ordnung in Millimetern die beim Durchmessen des Spektrums von $\lambda = 3200$ bis 7000 Å.-E. eintretende Veränderung der Brennweite; daß dieselbe im Ultraviolett ziemlich schnell verläuft, ist nicht so gar störend, da die meisten Beobachtungen aus verschiedenen Gründen sich doch auf das sichtbare Spektrum und die nächst angrenzenden Bereiche beschränken dürften. Über die andern in der Figur enthaltenen Kurven (III) wird unten zu sprechen sein.

Die sphärische Aberration erwies sich nach gleichfalls von Herrn Hansen angestellten Beobachtungen gut korrigiert.

2. Um an einem Spektroskop mit Autokollimation beim Übergang von einer Farbe zur andern die Abstände Spalt — Objektiv und Objektiv — Bild in gleichem Maße zu ändern, muß man entweder Spalt und Okular gemeinsam oder aber das Objektiv verschieben. Das erstere ist unter allen Umständen deshalb wenig bequem, weil eine Verschiebung des Spaltes auch eine Verschiebung der Lichtquelle verlangt; das letztere ist noch besonders dann zu empfehlen, wenn man den Apparat zu photographischen Aufnahmen benutzen will, für welche die photographische Kamera sehr sicher befestigt sein muß.

Nach diesen Erwägungen gewann von selbst das Spektroskop die folgende Einrichtung, welche durch eine Kopie der originalen Werkzeichnung in Fig. 3 wiedergegeben wird.

Der Unterbau ist durch einen auf zwei Böcken gelagerten sehr starken I-Träger TT gebildet,

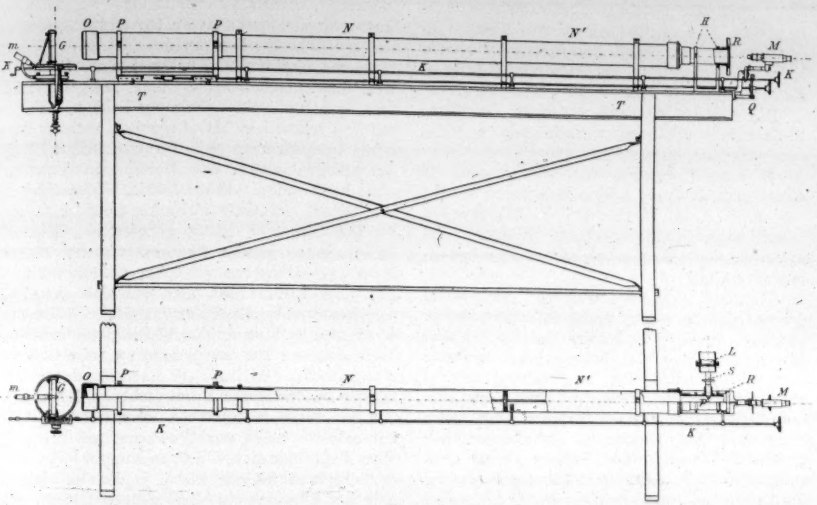


Fig. 3.

der zur Vermeidung ungleicher Erwärmung vollständig mit einem von Korkpulver erfüllten Kasten umgeben ist. Auf ihm ist nahe dem einen Ende (rechts) ein kräftiges Gestell H befestigt, welches einerseits den Spalt S mit dem Beleuchtungsprisma p aus UV-Glas, andererseits einen Rahmen R zur Aufnahme einer photographischen Kassette trägt. Zur okularen Beobachtung kann statt der Kassette ein Schieber mit in einem Stutzen verschiebbaren Okular angebracht werden; außerdem ist eine Vorrichtung vorhanden, um dasselbe Zeißsche Meßmikroskop M, das zum Ausmessen der Photogramme dient, als Okular des Apparates anzubringen. Die Zeichnung in Fig. 3 zeigt diese Anordnung.

Nahe dem anderen Ende des Trägers ist eine (geteilte) breite Messingschiene ss aufgeschraubt, welche die Führung für einen sehr massiven Schlitten PP bietet, der seinerseits das Fernrohrobjektiv O trägt. Die Verschiebung geschieht mikrometrisch vom Okularende aus; eine Mikrometertrommel Q mit Zählervorrichtung gestattet von dort aus, gemäß der einmal ausgeführten Graduierung, das Objektiv für jede beliebige Farbe so einzustellen, daß das Bild des Spaltes auf der photographischen Platte scharf ist.

Das lange Rohr NN' zwischen den beiden Endstücken H und P ist selbständig auf vier Trägern gelagert und befindet sich außer Verbindung mit den beiden Stutzen, welche die Kassette bezw. das Objektiv tragen; auf diese Weise können etwaige Spannungen in dem Rohr NN' infolge ungleichmäßiger Erwärmung sich weder auf das Objektiv, noch auf die Kassette geltend machen.

Damit das vom Spalt kommende Licht sicher das Objektiv gleichmäßig erfüllte, ist einmal die vor dem Spalt angebrachte und in einem Stutzen verschiebbare UV-Linse L angemessen justiert, so daß man ziemlich sicher sein kann, jene Lichtverteilung erreicht zu haben, wenn das Bild der Quelle auf dem Spalt liegt. Außerdem ist (was die Zeichnung aber nicht andeutet) zur Kontrolle bei N ein aufklappbarer weißer Schirm angebracht, der sich durch eine (verschließbare) Öffnung betrachten läßt.

Im allgemeinen genügt übrigens bereits ein Blick auf das Objektiv von der Okularseite aus, um zu entscheiden, ob das Gitter vom Licht erfüllt ist, da man dasselbe (bei fortgenommenem Okular) durch das Objektiv hindurch erkennt.

Das Gitter G steht (ganz links) auf einem Teilkreis, der durch eine Schraube ohne Ende KK sowohl vom Okular, als vom Gitterende des Apparates aus gedreht werden kann. Ein an letzterem angebrachtes Mikroskop m gestattet $6''$ abzulesen. Man vermag (nach Graduierung) somit vom Gitterende aus jede beliebige Wellenlänge in einem Spektrum beliebiger Ordnung ins Okular zu bringen, außerdem vom Okular-

ende aus eine beliebige Spektrallinie aufzusuchen. Das Gitter mit dem Objektiv zusammen ist von einem innerlich geschwärzten Holzkasten umgeben, der sich merklich lichtdicht abschließen läßt.

Die ganze Montierung wurde von der Firma F. Sartorius in Göttingen nach meinem Plane sehr sorgfältig ausgeführt.

3. Das Plangitter, das $5^1/_2'' = 13{,}3$ cm Breite und etwa 600 Linien auf 1 mm hat, ist von Prof. A. A. Michelson in Chicago mit seiner nach neuen Prinzipien gebauten und justierten Maschine geteilt und von ganz hervorragender Güte.

Während bei Rowland-Gittern die Spektra dritter Ordnung häufig gegen diejenigen zweiter Ordnung merklich zurückstehen, sind bei dem Michelson-Gitter die Spektra dritter Ordnung noch ganz ausgezeichnet, so daß man sie, wo die Lichtstärke nicht bei der Entscheidung eine erste Rolle spielt, jederzeit benutzen wird. Dies bietet denn einen Gewinn an auflösender Kraft im Verhältnis 2 : 3. Die Spektra vierter Ordnung ergeben dagegen eine faktische Steigerung des Auflösungsvermögens nicht mehr. Sie haben übrigens auch merklich geringere Lichtstärke, als die dritter Ordnung, während das eine dritter Ordnung kaum hinter demjenigen zweiter Ordnung zurücksteht.

Um ein Beispiel für die Leistung des Spektroskops zu geben, ist in Fig. 3a [1]) die etwa sechsfach vergrößerte Reproduktion einer Aufnahme der grünen Quecksilberlinie in einem Spektrum dritter Ordnung mitgeteilt; bei derselben war einige Zentimeter vor dem Spalt ein horizontaler Draht aufgestellt, um durch dessen Halbschatten eine variable Beleuchtungsstärke hervorzubringen und mit deren Hilfe schwache Trabanten neben starken Hauptlinien besser erkennbar zu machen. Hierauf beruht die Abschwächung der Aufnahme im oberen Teil. Die Aufnahme zeigt im Original deutlich — in der Reproduktion natürlich undeutlicher — fünf von den acht Trabanten, was als eine bemerkenswerte Leistung erscheint.

Das theoretische Auflösungsvermögen des Gitters ist nach den obigen Daten in dritter Ordnung rund 240000. Da die Beobachtung die zwei einander nächsten dieser Trabanten deutlich getrennt zeigt, so ist gemäß deren bekanntem Abstande die wirkliche auflösende Kraft des Gitters auf mindestens 200000 zu schätzen; sie kommt also dem Idealwert recht nahe.

Was die übrigen Qualitäten des Gitters angeht, so waren fokale Eigenschaften kaum merklich. Die obige Fig. 2 gibt hiervon eine Anschauung, indem sie neben der Einstellungskurve für das Spektrum erster Ordnung rechts, die zur Charakterisierung des Objektivs diente, noch die bezüglichen Kurven für die Spektren dritter Ordnung rechts und links darstellt. Das Spektrum dritter Ordnung links war dabei so viel schwächer als dasjenige rechts, daß seine Untersuchung sich auf den hellsten Teil beschränken mußte. Die drei Kurven liegen so nahe beieinander, daß die fokalen Eigenschaften des Gitters praktisch nicht ins Gewicht fallen.

Die von dem Gitter gelieferten „Geister" haben etwa dieselbe Position, wie bei einem Rowland-Gitter von ähnlicher Gitterkonstante, das dem Institut aus dem Nachlaß von Dr. H. Hauswaldt-Magdeburg gütigst leihweise überlassen ist, aber sie sind bedeutend schwächer. Herr Hansen hat eine schätzungsweise Bestimmung für das Verhältnis der Intensität des ersten Geistes im dritten Spektrum rechts zu derjenigen der Hauptlinie in der Weise ausgeführt, daß er bei beiden Gittern zwei Photogramme bei gleicher Expositionsdauer aufgenommen hat. Bei der einen Aufnahme wurde je die eine Hauptlinie bei Einschaltung eines grünen Glases, bei der andern frei der bez. Geist genommen. Die Absorption des Glases und die Quotienten für die Schwärzungen bei den auf dasselbe Gitter bezüglichen Photogrammen wurden photometrisch bestimmt. Es ergab sich so für das Verhältnis der Intensitäten von Geist und Hauptlinie

bei dem Rowland-Gitter . . 0,017,
„ „ Michelson-Gitter . . 0,0024.

Die Überlegenheit des Michelson-Gitters ist also auch hier sehr bemerkenswert.

Im übrigen sei erwähnt, daß bei beiden Gittern die ersten Geister die stärksten waren, die zweiten aber schwächer, als die dritten.

4. Nachdem die ersten Proben eine so gute Wirkung von Gitter und Objektiv ergeben hatten, ging ich daran, die Größe der photographischen Bilder durch Einbauen eines Negativsystemes in das Instrument zu steigern. Es ist bekannt, daß eine solche Vergrößerung beträchtliche Vorteile für die Ausmessung der Photogramme bietet, weil sie das Korn der photographischen Platte zurücktreten läßt.

Die Anwendung von Negativsystemen zur Erzielung größerer Äquivalentbrennweiten ist keineswegs neu; ein alter Theodolit von Pfaff-Wien, der im Besitz des Institutes ist, weist z. B. eines dergleichen auf. Bei photographischen Apparaten sind sie als Teleobjektive neuerdings allgemein eingeführt, und auf ihren Nutzen für spektroskopische Aufnahmen ist bereits mehrfach hingewiesen worden.

Ich möchte hervorheben, daß die Negativsysteme bei Spektroskopen mit Autokollimation

1) Die Fig. 3a, 4α und β, 5γ, 8a—e befinden sich auf Tafel XII.

deshalb noch eine ganz besondere Bedeutung besitzen, weil sie gestatten, mit demselben Objektiv ein Kollimatorrohr mit kleinerer, ein Beobachtungsrohr mit größerer Brennweite herzustellen, wie solches im Interesse größerer Beleuchtungsstärke sich bekanntlich empfiehlt.

Das der Firma Steinheil in Auftrag gegebene achromatische UV-Negativsystem von 12 cm Zerstreuungsweite ist ganz ausgezeichnet gelungen. Etwa 8 cm vor der Bildebene des Objektivs angebracht, entwirft es das dreifach vergrößerte Bild in 24 cm Abstand und stellt eine Äquivalentbrennweite von 9 m her.

Die Befestigung des Negativsystems geschieht einfach so, daß statt der photographischen Kassette ein massiver Schieber aus Messing eingesetzt wird, in den sich der Rohrstutzen mit dem Negativsystem einschrauben läßt. Am andern Ende des Rohres läßt sich entweder ein Okular oder eine kleinere photographische Kassette anbringen. Herr Michelson, der während seiner Austausch-Professur in Göttingen die Wirkung dieses Negativsystems prüfte, zollte demselben hohe Anerkennung. Einige damit gemachte Aufnahmen finden sich in Reproduktionen weiter unten.

Der volle Erfolg dieser Veränderung veranlaßte mich zu dem Versuch, in derselben Richtung noch weiter zu gehen und bei der Firma Steinheil ein neues achromatisches UV-Negativ mit nur 6 cm Zerstreuungsweite zu bestellen, das zur Erzielung einer Äquivalentbrennweite von 18 m dienen sollte. Allein das neue System übertraf doch an Wirkung das ältere nicht merklich. Offenbar wurde bei diesem starken System die nicht ganz beseitigte sphärische Aberration ein wenig merklich; gleichzeitig mochten auch bei der notwendigerweise beträchtlich gesteigerten Expositionsdauer (von 1 auf 9 und 36) andere Störungen (z. B. zeitliche Veränderungen der Lichtquelle u. dergl.) sich geltend machen. Das stärkere System hat demgemäß an dem Spektrometer nennenswerte Verwendung bisher nicht gefunden.

5. Die erste der Begleiterscheinungen des Zeemaneffektes, die wir mit dem neuen Instrument untersuchten, war die (gewöhnliche) Doppelbrechung, die sich in dem Bereiche einer Absorptionslinie bei der Beobachtung senkrecht zu den Kraftlinien des Magnetfeldes einstellt. Diese Erscheinung, die nach ihrem speziellen Verlauf in der unmittelbaren Umgebung einer Absorptionslinie nach Anleitung der Theorie und in Übereinstimmung mit derselben zuerst im hiesigen Institut aufgefunden worden ist[1]), und von der kurz darauf unabhängig Herr Cotton[2]) eine summarische Wirkung entdeckt hat, verläuft zwischen den Komponenten einer Zeemanschen Zerlegung gelegentlich sehr eigenartig. Die Herren Zeeman und Geest[1]) haben nach unserer Methode ausführliche Untersuchungen über diese Erscheinungen bei den beiden D-Linien des Na-Spektrums angestellt, sind aber mit den ihnen verfügbaren Mitteln zu ganz klaren photographischen Aufnahmen nicht gelangt, so daß sie ihre Beobachtungen durch Zeichnungen wiedergeben mußten.

Für die Wiederaufnahme der Beobachtungen stand außer dem neuen Gitterspektroskop ein großer Dubois-Magnet letzter Konstruktion von Hartmann & Braun in Frankfurt zur Verfügung, für dessen leihweise Überlassung ich der Kgl. Akademie der Wissenschaften in Berlin zu großem Danke verpflichtet bin. Derselbe gestattete auch in den für Aufnahme der absorbierenden Flamme erforderlichen größeren Feldern, 30000 Gauß leicht und dauernd hervorzubringen.

Mit diesen ausgezeichneten Hilfsmitteln gelang es nun sogleich, einen wesentlichen Fortschritt gegenüber älteren Ergebnissen zu erzielen. Die bez. Erscheinungen stellten sich bei okularer Beobachtung in ganz überraschender Klarheit und Schönheit dar, und die nach ihnen erhaltenen Photogramme gestatten sowohl Reproduktion als ziemlich genaue Ausmessung.

Die jetzt benutzte Beobachtungsmethode ist im wesentlichen meine alte vom Jahre 1898. Licht einer Bogenlampe, unter 45° gegen die Kraftlinien polarisiert, fällt auf die zwischen den Magnetpolen aufgestellte und durch einen Zerstäubungsapparat mit Na gespeiste Gebläseflamme; es erreicht nach deren Durchsetzung erst einen Kalkspatdoppelkeil mit horizontaler brechender Kante und horizontal-vertikalen Polarisationsrichtungen, der unmittelbar vor dem Spalt des Spektroskops aufgestellt ist, tritt durch den Spalt und dann durch den um 90° gegen den Polarisator gedrehten Analysator; letzterer war dabei, um eine genügende Spaltlänge zu decken, ohne zu große Dicke zu erfordern, einfach durch ein doppeltbrechendes Prisma hergestellt, dessen außerordentlicher Strahl so weit abgelenkt wurde, daß er das Objektiv nicht erreichte[2]).

1) W. Voigt u. E. Wiechert, Gött. Nachr. 1898, S. 355.
2) A. Cotton, C. R. **127**, 953, 1898.

1) P. Zeeman, Versl. Amsterd. **13**, 515; Proc. Amsterd. **7**, 435, 1902. J. Geest, Diss. Amsterd. 1904; Arch. Néerl. (2) **10**, 291; diese Zeitschr. **6**, 166, 249, 1905.

2) Für gewisse Messungen schien es vorteilhaft, zwei Kalkspatdoppelkeile so zu vereinigen, daß die eine Hälfte

das Spiegelbild der andern darstellt. Bei den folgenden Aufnahmen ist die bez. Grenzlinie nahe dem Rande des Bildes bemerklich.

Vor Erregung des Magneten erscheinen dann im Gesichtsfeld des Apparates in einem merklich einfarbig gelben Feld die horizontalen Interferenzstreifen, die von dem Kalkspatkeil geliefert werden, gekreuzt durch die vertikalen Absorptionsstreifen der Na-Flamme. Letztere wurden durch Verwendung einer sehr verdünnten Na_2CO_3-Lösung möglichst fein gemacht.

Bei Erregung des Magneten lösen sich die ursprünglich horizontalen Interferenzstreifen im Bereiche der Zeemanschen Zerlegung in Zickzacklinien auf, die in der Fig. 4 durch Reproduktionen der mit Negativsystem gewonnenen Originalaufnahmen wiedergegeben sind. Die linke Abbildung bezieht sich auf eine geringere, die rechte auf die stärkere Dampfdichte; im ersteren Falle wurde eine etwa 0,2-, im zweiten eine 0,6 prozentige Lösung von Na_2CO_3 benutzt. Am Ort der unzerlegten Linien (je in der Mitte) ist (wie gewöhnlich) eine feine Absorptionslinie sichtbar, die von der Selbstumkehrung der Natriumlinien in der Bogenlampe herrührt.

Fig. 5 ist eine etwa dreifache Vergrößerung der zweiten Originalaufnahme, bei der — namentlich in der Reproduktion — einige Details leichter erkennbar sind als in den obigen Originalen.

Um diese Figuren richtig aufzufassen, hat man die Aussagen der Theorie heranzuziehen.

Die D_1-Linie liefert bei der Zerlegung ein Quadruplett mit den Abständen für die p- und s-Komponenten (parallel und senkrecht zu den Kraftlinien schwingend):

$$p: \qquad -\frac{2}{3}a \qquad +\frac{2}{3}a$$

$$s: \quad -\frac{4}{3}a \qquad\qquad +\frac{4}{3}a,$$

wobei a den Normalabstand bezeichnet. Alle diese Komponenten haben merklich dieselbe Stärke.

Daraus folgt, daß bei schwacher Dampfdichte die Brechungskomponenten n_p und n_s als Funktion der Frequenz ν einen Verlauf haben müssen, wie durch die beiden Kurven der oberen Hälfte von Fig. 6 dargestellt ist. Der horizontal gemessene Abstand zwischen den nahe benachbarten Maxima und Minima der n-Kurven gibt ein ungefähres Maß für die Breite der Absorptionsstreifen.

Die Differenz der Ordinaten der n_p- und n_s-Kurven mißt für jedes ν die bezügl. Doppelbrechung bzw. die Verzögerung der einen gegen die andere Welle; ihr proportional muß also auch die vertikale Verschiebung der Interferenzstreifen am Ort des bez. ν sein, mit der Maßgabe, daß der Abstand zweier Streifen einer Phasendifferenz von λ entspricht.

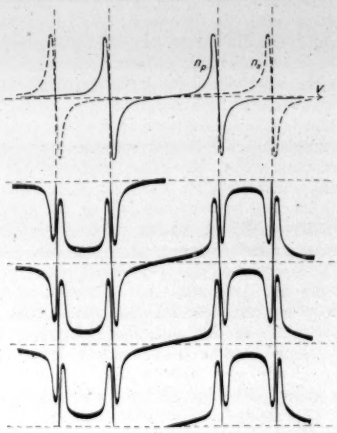


Fig. 6.

Unter der Annahme, daß die maximale Phasendifferenz nächst dem Komponenten der Zerlegung etwa $+\,{}^3/_4\,\lambda$ beträgt, würde hiernach der theoretische Verlauf der deformierten Interferenzkurven der in der unteren Hälfte von Fig. 6 dargestellte sein; dabei ist zu berücksichtigen, daß die Verschiebung die in vertikaler Richtung gemessene Breite der Streifen nicht ändert, daß also steil ansteigende Zweige transversal eventuell viel schmäler erscheinen müssen, als flach verlaufende.

Das Gesamtbild wird im wesentlichen durch die breitesten Teile der Streifen bestimmt, die feinsten entgehen der Beobachtung vollständig oder fließen mit den vertikalen Absorptionslinien zusammen; so kommt es, daß das Auge gern sich einander merklich anschließende diskrete Teile der Figur zu fortlaufenden Streifen verbindet, die theoretisch gar nicht demselben ursprünglichen Streifen zugehören. Beachtet man dies, so sieht man leicht, daß die photographische Aufnahme[1]) der D_1-Linien in Fig. 4 und 5 genau dem theoretischen Verlauf der Streifen entspricht.

Die oben zur Ermöglichung der Zeichnung eingeführte Annahme, es erreiche die maximale Phasendifferenz nächst den Absorptionslinien etwa $+\,{}^3/_4\,\lambda$, ist dabei ohne Belang. Denn die Details des Verlaufes nahe den Komponenten

1) Die seinerzeit von Herrn Zeeman publizierte Zeichnung stimmt mit dem Photogramm in allem Wesentlichen trefflich überein. Unsere eigenen Beobachtungen haben mich aber überzeugt, daß die von Herrn Zeeman benutzten Dampfdichten und daher die entstehenden Halbwertsbreiten der Absorptionsstreifen viel kleiner gewesen sind, als ich bei der Diskussion jener Figuren (Magnetooptik, S. 207) glaubte annehmen zu müssen.

der Zerlegung entgehen der Wahrnehmung, indem die feinen steil auf- und absteigenden Interferenzkurven mit den Absorptionslinien merklich zusammenfließen. Bei stärkerer Dampfdichte und somit breiteren Absorptionsstreifen erstreckt sich die Wirkung der Absorption auf die n_p- und n_s-Kurve in größerer Entfernung; es werden daher auch die Verschiebungen der Interferenzstreifen stärker, wie dies die Vergleichung der beiden Kurvenzüge, die sich in Fig. 4 auf die D_1-Linie beziehen, bestätigt.

Diese Verschiebungen sind, besonders in den äußern Intervallen zwischen den Komponenten, der Messung zugänglich und gestatten eine theoretische Verwertung.

Herr Hansen wird über die Resultate einer bezüglichen Untersuchung berichten; hier handelt es sich zunächst um das Qualitative der Erscheinung.

6. Die D_2-Linie verwandelt sich im Magnetfeld in ein Sextuplett mit den Komponenten

$$p: \qquad -\frac{1}{3}a \quad +\frac{1}{3}a$$

$$s: \quad -\frac{5}{3}a \quad -\frac{3}{3}a \qquad +\frac{3}{3}a \quad +\frac{5}{3}a.$$

Dabei geben die s-Komponenten zusammen ungefähr die Stärke der p-Komponenten, und sind die äußeren s-Komponenten schwächer, als die inneren.

Die Kurven der Brechungsindizes n_p und n_s müssen daher bei geringen Dampfdichten etwa so verlaufen, wie der obere Teil von Fig. 7 zeigt, diejenigen der relativen Verzögerungen, welche für die Deformation der Interferenzstreifen maßgebend sind, also bei einer mit S. 222 konformen Annahme über die auftretenden maximalen Phasendifferenzen von etwa $+\,{}^3/_4\,\lambda$ so gestaltet sein, wie der untere Teil von Fig. 7 darstellt.

Beachtet man wiederum die oben ausgesprochene Regel über die transversale Breite der Streifen und nimmt zu den Streifen auch die sie kreuzenden Absorptionslinien, so erkennt man deutlich, wie die Erscheinungen in den Photogrammen der Fig. 5 u. 6 zustande kommen.

Man findet insbesondere in der Aufnahme bei stärkerer Dampfdichte alle Teile der stark gezeichneten Kurven in Fig. 8 wieder; in derjenigen bei schwächerer Dampfdichte dagegen ist derjenige Teil, der auf den äußersten schwächsten Komponenten der Zerlegung beruht, kaum merklich. Offenbar ist hier die maximale Doppelbrechung auch ziemlich gering.

Über eine theoretische Verwertung von Messungen an derartigen Aufnahmen wird Herr Hansen in einer folgenden Arbeit berichten.

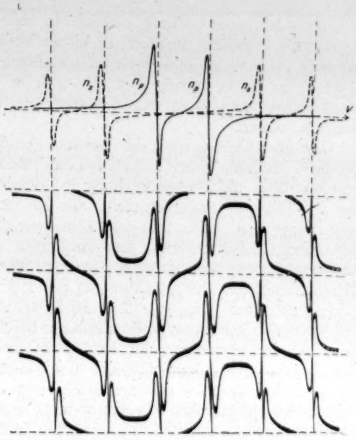


Fig. 7.

7. Die charakteristische Form, nach welcher für jede Art der Zerlegung bei unserer Beobachtungsmethode die Interferenzkurven verzerrt werden, legte es mir nahe, auf ihre Beobachtung eine Methode zur Untersuchung des Zeemaneffektes bei solchen Linien zu gründen, die zu diffus sind, um eine direkte Beobachtung jenes Effektes zu gestatten. Wir begannen mit der roten *Li*-Linie (6708 Å.-E.), deren magnetische Zerlegung meines Wissens noch nicht zuverlässig festgestellt war.

Eine Flamme, mit einer sehr verdünnten Lösung von *LiCl* gespeist, gab eine überraschend feine Absorptionslinie im Roten, die aber bei Erregung des Magnetfeldes glatt in ein Triplett zerlegt wurde. Hier war also eine Anwendung der neuen Methode gar nicht nötig; die bloße Benutzung einer relativ kühlen Flamme und einer kleinen Dampfdichte, die für eine Beobachtung des Absorptionseffektes (wenn auch vielleicht nicht des Emissionseffektes) ausreichte, beseitigte alle Schwierigkeiten, die früheren Beobachtern begegnet waren.

Das Auftreten eines Tripletts bei dieser *Li*-Linie muß einigermaßen überraschen; allerdings verbietet die Tatsache, daß, im Gegensatz zu *K* und *Na*, *Li* keine Duplettserien aufweist, von vornherein die Anwendung der Prestonschen Regel. Der Abstand der Komponenten ließ sich bei ihrem etwas verwaschenen Aussehen nicht sehr genau bestimmen; er ergab sich innerhalb der Fehlergrenze als normal.

Hatte die beabsichtigte Untersuchung der Doppelbrechung von *Li*-Dampf hiernach einen

Teil ihres Interesses verloren, so blieb ein anderer doch noch bestehen, insofern es bisher meines Wissens noch nicht geglückt war, eine normale Triplettlinie derart umzukehren, daß sich bei ihr die Begleiterscheinungen des Zeemaneffektes beobachten ließen.

Herr Hansen hat nach der oben auseinandergesetzten Methode (ohne Negativsysteme) Photogramme über die Doppelbrechung im Bereiche des *Li*-Tripletts aufgenommen, die ich dreifach vergrößert habe und zur Demonstration der ganzen Entwickelung des Vorganges bei wachsender Doppelbrechung in Fig. 8 mitteile[1]). Dieselben beziehen sich auf Lösungen von 1, $2^1/_2$, 5, 10, 20 Proz. Die erste Lösung liefert Absorptionslinien von kaum wahrnehmbarer Stärke; dabei ist die Verzerrung der Interferenzkurven aber bereits völlig deutlich. Ein Emissionseffekt ist bei einer so schwachen Färbung der Flamme im Spektroskop überhaupt nicht wahrnehmbar. Steigert man die Dampfdichte in der Flamme so weit, daß die Emission beobachtbar wird, so sind die Komponenten bereits so verbreitert, daß die Zerlegung nicht sicher charakterisiert werden kann. Benutzt man gar einen Funken als Lichtquelle, so ist überhaupt ein direkter Zeemaneffekt nicht nachweisbar.

Hieraus erhellt, daß die Beobachtung der Doppelbrechung noch einige Aufklärung über Zeemaneffekte bei diffusen Linien verspricht.

Der theoretische Verlauf der durch Doppelbrechung verzerrten Interferenzkurven beurteilt sich in der durch Fig. 6 und 7 veranschaulichten Weise so leicht, daß hierauf nicht besonders eingegangen zu werden braucht, zumal die bezügliche Frage auch in § 102 meiner Magneto- und Elektrooptik behandelt worden ist. Bemerkt werden mag nur, daß das Anwachsen der Phasendifferenz bei der Annäherung an die Mittelkomponente der Zerlegung, das besonders die Photogramme d und e stark hervortreten lassen, durch Fig. 40 a. a. O. vollständig erklärt wird. Im übrigen beziehen sich die oben wiedergegebenen Photogramme auf geringere Dampfdichte, als die bezüglichen Figuren 39 und 40 meines Buches.

Eine quantitative Untersuchung und theoretische Verwertung dieser Photogramme wird Herr Hansen in einer späteren Arbeit geben.

1) Die Aufnahmen c und d sind durch ein Versehen spiegelbildlich zu den übrigen geraten, was man beachten wolle.

Göttingen, Mitte Januar 1912.

(Eingegangen 24. Januar 1912.)

Der Stark-Doppler-Effekt an Wasserstoff-Kanalstrahlen in Luft.
(The Stark-Doppler-Effect for Hydrogen Canal Rays in Air.)

Von Gordon S. Fulcher.

Es hat sich herausgestellt, daß durch den Zusammenstoß von Kanalstrahlen mit Gasmolekülen Licht erzeugt wird[1]). Es wurde ein Versuch gemacht, die Einzelheiten des Stark-Doppler-Effektes durch die Annahme zu erklären, daß die Zusammenstöße von Kanalstrahlen mit Gasmolekülen den Gesetzen des gewöhnlichen vollkommen elastischen Stoßes gehorchen. Es ergab sich, daß diese Annahme zwei weitere, ziemlich unwahrscheinliche Annahmen involviert, nämlich die Annahme, daß neutrale Kanalstrahlen nicht die Emission einer merklichen Lichtmenge verursachen, und die Annahme, daß es die getroffenen und nicht die auftreffenden Moleküle sind, die das den Stark-Effekt zeigende Licht emittieren. Auch der Umstand, daß α-Teilchen bei der Ionisierung von mehr als je 10^5 Luftmolekülen nur wenig zerstreut werden, legte die Vermutung nahe, daß die Annahme eines vollkommen elastischen Stoßes falsch war. Um dies nachzuprüfen, wurde folgender Versuch ersonnen.

Apparatur.

Der Apparat wurde so angeordnet (siehe Fig. 1), daß ein feines Kanalstrahlenbündel

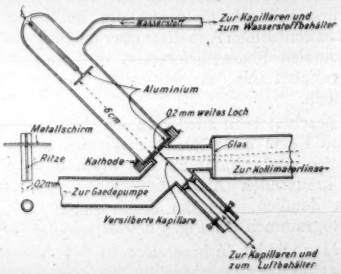
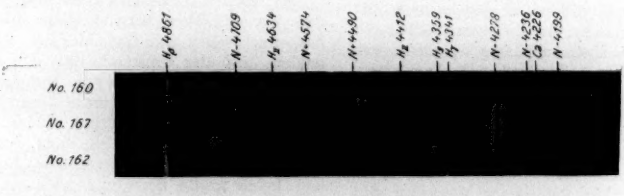


Fig. 1.

nach dem Durchgange durch ein 0,2 mm weites Loch in der Kathode axial in eine Kapillare von ungefähr 0,3 mm Durchmesser projiziert wurde. Durch eine zweite Kapillare wurde der Entladungskammer beständig Wasserstoff zu-

1) G. Fulcher, Astrophys. Journ. **33**, 28, 1911.

geführt, und durch die Hauptkapillare auf der Rückseite der Kathode konnte Luft in einem Strome gesandt werden, dessen Geschwindigkeit durch eine dritte Kapillare und einen Gasbehälter geregelt wurde. Die Gase vermischten sich in der Kammer hinter der Kathode und wurden durch eine Gaedepumpe beständig abgepumpt. Der Luftstrom genügte, um zu verhindern, daß irgendwie merkliche Mengen Wasserstoff in die Kapillare zurücktraten. Auch gelangte sehr wenig Luft in die Entladungskammer, obschon das viel weniger wichtig war. In der Hauptkapillare waren demnach die einzigen möglichen Quellen der Wasserstofflinien die Wasserstoffkanalstrahlen, die infolge ihrer Zusammenstöße mit Luftmolekülen leuchteten. Man brauchte nur die Wasserstofflinien auf den Stark-Effekt von 60° war auf das Minimum der Ablenkung eingestellt. Bei dieser Anordnung betrug die Breite der Linien weniger als die Hälfte der Spaltbreite. Eine merkwürdige Tatsache zeigte sich insofern, als bei einer Umkehrung der Reihenfolge, so daß das Prisma von 60° zuerst kommt, die Dispersion mit beiden Prismen beträchtlich kleiner ist als mit dem Prisma von 60° allein. Es wurden Linsen von 45 cm und 55 cm Brennweite benutzt. Die Dispersion betrug bei $\lambda = 4300$ Å.-E. ungefähr 15 Å.-E. pro Millimeter. Die erreichte Fokaltiefe ist bemerkenswert. Linien, die auf den Platten einen Zentimeter lang sind, waren praktisch gleichmäßig breit, obwohl der Spalt, wie oben angegeben, unter einem Winkel von 45° gegen den Kollimator geneigt war. Das Licht war so



No. 160: *H*-Kanalstrahlen in *H*, 4000 Volt, 1,5 Stunden,
No. 167: *H*-Kanalstrahlen in Luft, 5000 Volt, 24 Stunden,
No. 162: *N*-Kanalstrahlen in *H*, 4500 Volt, 15 Stunden.

Fig. 2.

hin zu untersuchen, um festzustellen, ob die Wasserstoffstrahlen durch ihre Zusammenstöße mit Luftmolekülen gebremst wurden oder nicht — ob sie ihre Energie behielten oder sie an die getroffenen Moleküle abgaben, wie zuvor angenommen worden war.

Die Hauptkapillare wurde zunächst versilbert, und dann wurde die Belegung längs einer Linie parallel zur Achse abgekratzt. Dann wurde die Kapillare eingesetzt und mit Hilfe dreier Schrauben in die richtige Lage gebracht. Die abgekratzte Linie diente als Spalt eines Spektrographen, der so aufgestellt wurde, daß die Achse des Kollimators mit jener der Röhre einen Winkel von ungefähr 45° bildete. Es wurden zwei Prismen benutzt; das eine, dessen Winkel 45° betrug, war so aufgestellt, daß der Einfallswinkel ungefähr 75° betrug, also beträchtlich mehr als der Einfallswinkel für das Minimum der Ablenkung; das andere Prisma schwach, daß gewöhnlich Expositionen von 10—24 Stunden erforderlich waren.

Ergebnisse.

In Fig. 2 sind Teile von drei mit der beschriebenen Apparatur erhaltenen Spektrogrammen in ungefähr zweifacher Vergrößerung wiedergegeben. Wenn Wasserstoffkanalstrahlen Wasserstoffmoleküle bombardieren, so zeigen die Serienlinien H_β und H_γ den Stark-Effekt sehr deutlich (siehe No. 160). Die „ruhende Linie" ist von der breiten „verschobenen Linie" deutlich durch ein „Intensitätsminimum" getrennt. Wenn hingegen die Wasserstoffkanalstrahlen Luftmoleküle bombardieren, so erhält man nur die verschobene Linie (siehe No. 167). Es ist auch interessant, zu bemerken, daß No. 167 zwar eine Exposition von 24 Stunden wiedergibt und die Wasserstofflinien ganz stark

erscheinen, daß sie aber keine Spur der Verbindungslinien zeigt. Falls diese vorhanden sind, müssen sie verhältnismäßig sehr viel schwächer sein als im gewöhnlichen Kanalstrahlenspektrum. Das Kathodengefälle betrug in allen Fällen zwischen 4000 und 5000 Volt, und unter Anwendung eines Kondensators und eines hohen Widerstandes wurde, wie bei früheren Versuchen, ein kontinuierlicher Strom erhalten.

Diese Ergebnisse bedeuten, daß sämtliche Quellen der Wasserstofflinien unter diesen Umständen eine beträchtliche Geschwindigkeit, zwischen $2 \cdot 10^7$ und $5 \cdot 10^7$ cm/Sek., haben. Welche Schlüsse können wir aus dieser Tatsache ziehen? Denkbar ist, daß die Lichtemission seitens der Kanalstrahlen entweder 1. von ihren Zusammenstößen mit Luftmolekülen herrührt, oder 2. von ihren Zusammenstößen mit freien Elektronen, die im Zusammenhange mit der Ionisierung der Luft durch die Kanalstrahlen erzeugt worden sind. Andere Möglichkeiten gibt es nicht, da nachgewiesenermaßen das Licht unmittelbar von dem Druck des Gases abhängig ist, durch welches die Strahlen hindurchgehen[1]). Zusammenstöße mit Luftmolekülen müssen natürlich stattfinden, denn das Gas wird ionisiert, und die Kanalstrahlen werden innerhalb einer gewissen Reichweite gebremst. Wir wollen zunächst annehmen, daß diese Zusammenstöße vollkommen elastisch sind. Den getroffenen Molekülen wird eine beträchtliche Bewegungsgröße erteilt werden, und alles Licht, das sie infolge der Zusammenstöße aussenden, wird einen Doppler-Effekt zeigen. Die auftreffenden Strahlen hingegen werden das meiste Licht aussenden, wenn sie durch den Zusammenstoß gebremst oder zurückgeworfen werden, und das auf diese Weise ausgesandte Licht wird eine verbreiterte Ruhelinie zeigen, aber keine bewegte Linie. Aber unter den vorstehend genannten Umständen wurde weder ein Doppler-Effekt an den Stickstoffbanden erhalten, noch eine ruhende Linie bei den Wasserstofflinien. Entweder haben also die Zusammenstöße mit Luftmolekülen keine merkliche Lichtemission zur Folge, oder die Zusammenstöße sind nicht vollkommen elastisch.

Nunmehr betrachten wir die Möglichkeit von Zusammenstößen mit Elektronen. Bei den in Entladungsröhren üblichen Drucken ist das Verhältnis der vorhandenen Elektronenzahl zur Anzahl der Luftmoleküle kleiner als ein Milliontel. Die Chancen für Zusammenstöße mit Elektronen sind natürlich infolge des die geladenen Strahlen umgebenden elektrischen Feldes verhältnismäßig größer. Die Ablenkungsversuche mit gekreuzten Magnetfeldern, wie sie J. J. Thomson[1]) sowie Koenigsberger und seine Mitarbeiter[2]) angestellt haben, haben dargetan, daß bei sehr niedrigen Drucken solche Zusammenstöße vielleicht die Zusammenstöße mit Molekülen überwiegen. Das trifft bei den hier angewandten Drucken (einige Zehntelmillimeter) sicherlich nicht zu. Auch würde der durch einen solchen Zusammenstoß bedingte Impuls mehr als tausendmal kleiner sein als bei einem Zusammenstoß mit Molekülen. Die Wirkung würde dieselbe sein, als wenn Wasserstoffionen durch langsame Kathodenstrahlen, deren Energie von einer Potentialdifferenz von weniger als ein Volt herrührt, ionisiert werden. Derartig langsame Strahlen können keine Ionisation hervorbringen und würden bei derartigen Wiedervereinigungen keine Störung hervorrufen, die ausreichen würde, um irgendwelche merkliche Lumineszenz zu erzeugen.

Es erscheint demnach sehr wahrscheinlich, daß Kanalstrahlen hauptsächlich infolge von Zusammenstößen mit Gasmolekülen Licht aussenden, und der Umstand, daß das auf diese Weise emittierte Licht keine Ruhelinie zeigt, scheint zu beweisen, daß diese Zusammenstöße nicht vollkommen elastisch sind, sondern daß die Strahlen einen großen Teil ihrer Bewegungsgröße nach dem Zusammenstoße beibehalten und keine große Bewegungsgröße an die getroffenen Moleküle abgeben. Die Zusammenstöße scheinen also ihrer Natur nach zwischen den vollkommen elastischen Zusammenstößen gewöhnlicher Gasmoleküle und den fast vollkommen unelastischen Zusammenstößen von α-Strahlen mit Gasmolekülen zu stehen.

Geiger[3]) hat den wahrscheinlichsten Winkel bestimmt, um den ein α-Teilchen beim Durchgang durch gewisse dünne Metallfolien abgelenkt wird, sowie die Art, in der sich dieser Winkel sowohl mit der Geschwindigkeit des α-Strahles als auch mit dem Molekulargewichte des die Zerstreuung verursachenden Metalls verändert. Auf Grund dieser Werte hat er den wahrscheinlichsten Winkel für die Ablenkung ermittelt, die ein Zusammenstoß mit einem einzigen Goldmolekül zur Folge hat. Diese Berechnung enthält gewisse Annahmen, und die genaue Bedeutung des Wortes „Zusammenstoß" war nicht genau festgestellt; aber die Ergebnisse sind sehr interessant und für unsere Zwecke hinlänglich genau. Extrapolieren wir aus seinen Angaben

1) a. a. O.

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) **18**, 825, 1909.
2) Koenigsberger u. Kutschewski, diese Zeitschr. **11**, 666—668, 1910; Koenigsberger u. Kilchling, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 995—1017, 1910.
3) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. (A.) **83**, 492—504, 1910.

bis zu geringeren Geschwindigkeiten und kleineren Atomgewichten, so finden wir, daß wir, wenn ein Heliumkanalstrahl mit einer Geschwindigkeit von 10^8 cm/Sek. ein Luftmolekül trifft, eine wahrscheinlichste Ablenkung um ungefähr 5^0 erwarten dürfen. Bei einer halb so großen Geschwindigkeit würde der wahrscheinlichste Winkel ungefähr 40^0 sein. Wir dürfen erwarten, daß Wasserstoffkanalstrahlen weniger abgelenkt werden würden, was mit der oben aufgestellten Schlußfolgerung übereinstimmt. Es würde sehr interessant sein, die Konstanten der Zerstreuung für Kanalstrahlen verschiedener Art und Geschwindigkeit zu bestimmen und auf diese Weise einen tieferen Einblick in den Bau und die inneren elektrischen Felder der Moleküle zu erhalten. Erst wenn dies geschehen sein wird, wird eine quantitative Erklärung der Einzelheiten des Stark-Effektes möglich sein.

Der Energieverlust infolge der Zusammenstöße mag die Tatsache erklären, daß die maximale Geschwindigkeit der Quellen der verschobenen Linien stets kleiner ist, als die auf Grund des Kathodengefälles berechnete[1]). Das Vorhandensein des Intensitätsminimums zeigt anscheinend, daß die Intensität des infolge irgendeines Zusammenstoßes emittierten Lichts von der Energie des Anpralls abhängt, die sich im Durchschnitt direkt wie die Energie der bombardierenden Strahlen ändern[2]) und vielleicht bei einer gewissen, von den in Frage kommenden Molekülen abhängigen Geschwindigkeit auf Null herabsinken wird. Es würde interessant sein, festzustellen, in welcher Weise die Breite des Intensitätsminimums von der Art der bombardierten Gasmoleküle abhängt. Daß sie stark veränderlich ist, lassen die Ergebnisse vermuten, die Strasser mit Gasgemischen erhalten hat[3]). Hier scheint ein weiteres Beispiel vorzuliegen. Stark[4]) berichtet, daß man den Doppler-Effekt in Quecksilber nur bei hohen Potentialdifferenzen von mehr als 40000 Volt deutlich erhält. Ich erhielt jedoch bei Quecksilberkanalstrahlen, die Wasserstoffmoleküle bombardierten, eine Verschiebung von 0,5 Å.-E. für die Linien $\lambda = 4359$ Å.-E. und $\lambda = 4047$ Å.-E. bei einem Kathodenfall von weniger als 5000 Volt (siehe weiter unten).

Reichenheim[5]) fand, daß im Spektrum des von der Bahn von Anodenstrahlen ausgehenden Lichtes einige Strontium- und Kalziumlinien den Stark-Effekt ohne jegliche Ruhelinien zeigten. Die Bedingungen waren in der Tat ganz ähnlich denen, die man mit der oben beschriebenen Apparatur erhält: Licht wurde vermutlich hauptsächlich infolge der Zusammenstöße metallischer Anodenstrahlen mit Molekülen von Jod oder irgendeinem anderen elektronegativen Gas erzeugt. Seine Ergebnisse scheinen zu zeigen, daß Strontium-, Kalzium- und vermutlich andere metallische Anodenstrahlen mit hoher Geschwindigkeit einen großen Teil ihrer Bewegungsgröße nach dem Zusammenstoß mit Molekülen von Jod oder anderen Gasmolekülen behalten können.

Wenn Stickstoffkanalstrahlen (5000 Volt) Wasserstoffmoleküle bombardieren, so entstehen nur die negativen Banden, und diese zeigen einen Doppler-Effekt. In Fig. 2, No. 162, sieht man, daß die schwächeren Linien in der negativen Bande mit dem Haupt bei $\lambda = 4278$ Å.-E. deutlich gegen die entsprechenden Linien in No. 167 verschoben sind, obgleich die Quecksilberlinie $\lambda = 4359$ Å.-E. und die Kalziumlinie $\lambda = 4226$ Å.-E., wie man sieht, zusammenfallen. Nachstehend gebe ich die an zwei Spektrogrammen gemachten Messungen wieder. Die Spalte (*a*) bezieht sich auf die *H*-Kanalstrahlen in *H* (mit einer Spur von Luft), No. 160; die Spalte (*b*) auf *N*-Kanalstrahlen in *H*, No. 162.

Linien	(*a*) No. 160 in *H*	(*b*) No. 162 in *N*	(*a*) − (*b*)
	mm	mm	mm
H_{II} 4205,26	27,196	27,194	+ 0,002
H_{II} 4212,67	27,725	27,724	+ 0,001
Ca 4226,9	28,740	28,741	− 0,001
N 4256,2	30,775	*30,715	+ 0,060
N 4259,4	30,995	*30,938	+ 0,057
N 4262,3	31,184	*31,122	+ 0,062
N 4265,0	31,370	*31,314	+ 0,056
N 4278,0	32,243	*32,185	+ 0,058
H_γ	*35,92	—	—
verschobene Linie	*36,12		
H_γ 4340,6	36,220	36,212	+ 0,008
Hg 4358,6	*37,274	37,304	− 0,030
H_{II} 4412,42	40,452	40,457	− 0,005

Die mit Sternchen bezeichneten Linien sind verschoben. Jede angegebene Messung ist das Mittel aus fünfen; die durchschnittliche Abweichung vom Mittelwert ist kleiner als 0,002 mm, doch rufen Unregelmäßigkeiten im Film eine etwas größere Unsicherheit hervor. Die Breite der Linien ist 0,06 mm. Die größte Verschiebung bei der H_γ-Linie $\lambda = 4340{,}6$ Å.-E. beträgt 0,30 mm (*a*); die mittlere Verschiebung bei der negativen *N*-Bande beträgt 0,059 mm (*b*), während die Quecksilberlinie $\lambda = 4358{,}6$ Å.-E. um 0,030 mm verschoben ist (*a*). Die Quecksilber-

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. (4) **23**, 257, 1907; J. Stark, diese Zeitschr. **8**, 399, 1907.
2) G. Fulcher, Astrophys. Journ. **33**, 40, 1911.
3) B. Strasser, Ann. d. Phys. (4) **31**, 890—918, 1910.
4) J. Stark, Astrophys. Journ. **25**, 180, 1907; Ann. d. Phys. (4) **21**, 439, 1906.
5) O. Reichenheim, Ann. d. Phys. (4) **33**, 747—761, 1910.

linie $\lambda = 4046{,}8$ Å.-E. war auf No. 160 ebenfalls um einen entsprechenden Betrag verschoben. Diese Verschiebungen wurden an anderen Spektrogrammen bestätigt. Bei der Aufnahme No. 160 stand die Entladungskammer in direkter Verbindung mit der Pumpe, so daß sie aus der Pumpe stammenden Quecksilberdampf enthielt. Bei der Aufnahme No. 162 dagegen war der einzige Quecksilberdampf, der zugegen war, der, welcher mit den Gasen aus den an die Gasbehälter angeschlossenen Manometern herüber diffundiert war. Multiplizieren wir diese Verschiebungen mit den Quadratwurzeln aus den Atomgewichten: 1, $\sqrt{14}$, $\sqrt{200}$, so erhalten wir: 0,300, 0,223 und 0,423. Nehmen wir statt dessen: 1, $\sqrt{28}$, $\sqrt{100}$, so erhalten wir 0,300, 0,312 und 0,300. Die Verschiebung weist auf Quellen hin, die Geschwindigkeiten haben, welche einfach geladene Stickstoffmolekülstrahlen und doppelt geladenen Quecksilberatomstrahlen entsprechen.

Sowohl Stark[1]) als Hermann[2]) stellen für Kanalstrahlen in Luft oder reinem Stickstoff fest, daß die Stickstoffbanden keinen Doppler-Effekt zeigen. Es ist zweierlei zu beachten. Zunächst nimmt die Anzahl der Molekülkanalstrahlen gegenüber der Anzahl der Atomstrahlen mit zunehmender Spannung ab. Ich habe niemals irgendeine Spur irgendwelcher Stickstofffunkenlinien bei Spannungen von weniger als 5000 Volt erhalten, während bei höheren Entladungspotentialen die Funkenlinien erscheinen. Der Doppler-Effekt bei den Banden ist danach bei höheren Spannungen schwächer und kann durch die intensiven negativen Banden maskiert werden, die infolge der Ionisierung von Stickstoffmolekülen durch sekundäre Kathodenstrahlen oder durch seitens der Kanalstrahlen erzeugte Elektronen auftreten[3]). Zweitens kann die Zerstreuung im Falle eines Zusammenstoßes mit Stickstoffmolekülen so viel größer sein als im Falle eines Zusammenstoßes mit Wasserstoffmolekülen, daß im ersteren Falle nur eine Verbreiterung der Linien entsteht, während man im zweiten Falle eine deutlich verschobene Linie erhält.

Auf keinem der Spektrogramme (Luft in H) konnte eine Spur irgendwelcher positiven Bande gefunden werden, obschon lange Expositionen mit einem Spektrographen mit einem einzigen Prisma gemacht wurden. Sie sind also verhältnismäßig im Vergleich zu den negativen Banden viel schwächer als im gewöhnlichen Kanalstrahlenspektrum. Das beruht vermutlich auf dem Fehlen des Effektes der sekundären Kathodenstrahlen. Die negativen Stickstoffbanden werden also seitens der Stickstoffmoleküle emittiert, wenn sie durch Kathodenstrahlen ionisiert werden[1]), sowie auch infolge von Zusammenstößen mit Wasserstoffmolekülen.

1) J. Stark, Gött. Nachr. 1905, S. 463; diese Zeitschr. **6**, 894, 1905.
2) W. Hermann, diese Zeitschr. **7**, 568, 1906.
3) Vgl. G. Fulcher, Astrophys. Journ. **34**, 388, 1911.

1) Vgl. G. Fulcher, Astrophys. Journ. **34**, 388, 1911.

Universität Wisconsin, 1. Februar 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 16. Februar 1912.)

Über die Strahlung einer Antenne in Abhängigkeit von ihrer Form.

Mitteilungen aus der radioelektrischen Versuchsanstalt für Marine und Heer, Göttingen.

Von M. Reich.

Die für eine Antennenanlage charakteristischen Größen sind:

1. ihre Kapazität,
2. ihr Gesamtdämpfungsdekrement,
3. ihr Strahlungsdämpfungsdekrement.

Der Messung zugänglich sind bisher nur die ersten beiden Größen, während es eine einwandfreie Methode zur Messung der Strahlungsdämpfung bis jetzt noch nicht gibt. Im folgenden sollen einige Versuche beschrieben werden, durch welche die Abhängigkeit der Strahlungsdämpfung von der Antennenform bestimmt wurde. Aus den gefundenen Resultaten läßt sich — unter einer naheliegenden Annahme — die absolute Größe des Strahlungsdekrementes bzw. des Strahlungswiderstandes der Antenne berechnen. Die so gefundenen Werte stimmen mit den aus der Theorie errechneten relativ gut überein.

Methode der Messungen.

Auf einer Sendestation werden bei verschiedenen Formen der Antenne effektive Stromstärke, Dämpfungsdekrement und Kapazität bestimmt, während auf einer auf den Sender abgestimmten Empfangsstation Stromstärken gemessen werden. Die Wellenlänge der Schwingungen wird während einer Versuchsreihe konstant gehalten, erstens, um den Empfänger unverändert lassen zu können, und zweitens, um etwaige Fehler durch verschiedene Energieabsorption bei der Ausbreitung der Wellen auszuschalten. Die Änderung der Antennenkapazität und Induktivität bei ihrer Formänderung wird mittels eines Drehvariometers der Selbstinduktion kompensiert. Aus den angegebenen

Messungen erhält man dann Werte, welche der Strahlungsdämpfung proportional sind; denn: Es sei J die effektive Stromstärke im Sender, gemessen im Strombauche der Grundschwingung, J_ε diejenige im Empfänger. Die gesamten Verluste im Antennenkreise (die Jouleschen Verluste in den Leitungen, in der Erde, durch Wirbelströme usw., sowie die durch Strahlung) kann man in einer Größe, dem wirksamen Widerstande W, bezogen auf den Strombauch, zusammenfassen, dann ist die in der Zeiteinheit in der Antenne verbrauchte Energie gleich J^2W, während die ausgestrahlte Energie durch J^2W_s bestimmt ist, wenn W_s als „Strahlungs-Widerstand" bezeichnet wird. Die im Empfänger in der Zeiteinheit aufgenommene Energie, gemessen durch J^2_ε, da der Empfängerwiderstand für alle Messungen konstant ist, wird um so größer sein, je größer die ausgestrahlte Energie J^2W_s ist, vorausgesetzt, daß die räumliche Verteilung der ausgestrahlten Energie dieselbe bleibt. Der Quotient $\frac{J^2_\varepsilon}{J^2}$ gibt also ein Maß für W_s. Diese einfache Beziehung:

$$J^2_\varepsilon = k \cdot J^2 W_s, \qquad (1)$$

gilt jedoch nur für ungedämpfte Wellen. Bei gedämpften kommt noch ein von den Dekrementen $\mathfrak{d}_1$ und $\mathfrak{d}_2$ des Senders und Empfängers abhängiges Glied hinzu:

$$J^2_\varepsilon = k \cdot J^2 W_s \frac{1}{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}. \qquad (2)$$

Denn nimmt man für den Stromeffekt im Empfänger die für sehr lose gekoppelte Systeme gültige Beziehung an, dann ist[1]):

$$J^2_\varepsilon = \frac{K}{\mathfrak{d}_2} \cdot \frac{E_0^2}{\mathfrak{d}_1} \cdot \frac{1}{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2},$$

wobei E_0 die Maximalamplitude der auf den Empfänger wirkenden EMK. bedeutet; K ist für konstante Wellenlänge eine Konstante, $\mathfrak{d}_2$ ist hier ebenfalls konstant. $\frac{E^2_0}{\mathfrak{d}_1}$ ist bei nicht extrem starker Dämpfung proportional $E^2_{\text{eff.}}{}^2$), also proportional der der ausgestrahlten Senderenergie proportionalen Größe. Daraus ergibt sich obige Gleichung (2). Der Quotient $\frac{J^2_\varepsilon}{J^2}$ wird daher für die verschiedenen Antennenformen um so genauer proportional dem Strahlungswiderstande sein, je mehr man das Glied $\frac{1}{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}$ als konstant betrachten kann, je kleiner also die Änderungen von $\mathfrak{d}_1$ gegenüber $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ sind. Da $\mathfrak{d}_2$ hier groß ist, wollen wir das Glied $\frac{1}{\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2}$ als konstant annehmen, mithin $\frac{J^2_\varepsilon}{J^2}$ proportional dem Strahlungswiderstande W_s setzen.

1) J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen, S. 593, 1905.
2) J. Zenneck, l. c., S. 430.

Versuchsanordnung.

Die Versuche wurden ausgeführt mit einer Schirmantenne, deren vertikaler Teil, eine aus vier Litzendrähten bestehende Reuse (Durchmesser 20 cm), bis zur Höhe von 35 m über dem Boden führte. Der Schirm wurde gebildet durch drei 40 m lange Litzendrähte, die von dem oberen Ende der Reuse nach drei Masten zu geführt waren und flügelartig gehoben und gesenkt werden konnten. Die Drähte endeten in Sprühschutzisolatoren (Fig. 1). Gemessen wurde bei den vier Lagen der Flügel, bei welchen sich die Enden in 52, 35, 12 und 1,5 m über dem Boden befanden (mit I, II, III, IV bezeichnet) (Fig. 2). In der Antenne wurden

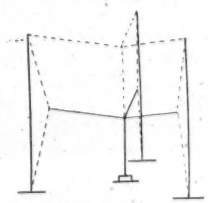


Fig. 1.

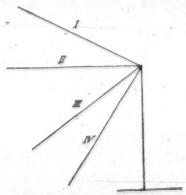


Fig. 2.

nach der Wienschen Methode schwach gedämpfte Schwingungen erregt. Die Koppelung mit dem Primärkreise war induktiv, die Schaltung ist aus Fig. 3 ersichtlich. Die Empfangsstation mit einem 22 m hohen Maste befand sich in 6,8 km Entfernung. Ein Duddellsches Thermogalvanometer diente zur Messung der Stromstärke. Die Schaltung ist in Fig. 4 an-

Fig. 3.

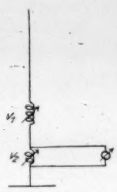


Fig. 4.

gegeben, V_1 und V_2 sind Drehvariometer der Selbstinduktion.

Die Kapazität der Antenne.

Die durch „Verkürzung" und „Verlängerung" der Antenne mit bekannter Kapazität bzw. Induktivität gefundenen Werte der Kapazität bei einer Wellenlänge von 583 m sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Flügelstellung	I	II
Kapazität: MF.	$856 \cdot 10^{-6}$	$863 \cdot 10^{-6}$
Flügelstellung	III	IV
Kapazität: MF.	$843 \cdot 10^{-6}$	$830 \cdot 10^{-6}$

Die Kapazität ist demnach für die beiden hohen Lagen der „Flügel" nur wenig verschieden, bei weiterem Senken nimmt sie ab. Die größere Nähe der Erde würde eine Zunahme zur Folge haben, doch überwiegt hier der Einfluß der gegenseitigen Annäherung besonders der oberen Teile der Antenne (Schirm gegen Reuse). Diese Näherung hat naturgemäß auch eine Abnahme der Induktivität zur Folge, so daß die Eigenwelle beim Senken der Flügel beträchtlich kleiner wird (Tabelle 2).

Tabelle 2.

Flügelstellung . . .	I	II	III	IV
Eigenwelle . . .	405 m	395 m	378 m	369 m

Mit der Kapazitätsverteilung über die Antenne bei den verschiedenen Stellungen der Flügel ändert sich auch die Stromverteilung. Diese Änderung wurde gemessen durch Hitzdrahtamperemeter, welche an vier verschiedenen Stellen der Antenne eingeschaltet waren, und zwar am Fußende (Amp. I), in $3^1/_2$ m Höhe (Amp. II), am oberen Ende der Reuse (Amp. III) und in der Mitte eines horizontalen Schirmdrahtes (Amp. IV). Die oberen Amperemeter wurden mittelst Fernrohres abgelesen. Bei einer Wellenlänge von 583 m ergaben sich für die vier Flügelstellungen Werte, die in folgender Tabelle 3 zusammengestellt sind, umgerechnet auf Wert 1 für Amp. I; der Wert für Amp. IV ist entsprechend den drei Schirmdrähten mit drei multipliziert. Je mehr sich die Enden der Flügel der Erde nähern, um so größer wird ihre Kapazität, um so mehr wächst der Strom in den vom Strombauch entfernten Teilen der Antenne an.

Tabelle 3.

Flügelstellung . .	I	II	III	IV
Amp. I	1	1	1	1
„ II	0,97	0,97	0,97	0,97
„ III	0,707	0,708	0,713	0,718
„ IV	0,465	0,465	0,485	0,500

Versuchsresultate.

Bei einer Wellenlänge von 583 m wurden auf der Sendestation gemessen: Stromstärke im Fußpunkte der Antenne (J), Dämpfungsdekrement (δ) und effektiver Gesamtwiderstand[1]) (W), letztere Größe durch Vergleich der Stromstärken beim Zuschalten von bekannten, induktionsfreien Widerständen; zur Messung diente hierbei ein feiner Heizdraht mit angelötetem Thermoelement und Galvanometer; dazu wurde der Antennenkreis in sehr loser Koppelung durch einen sehr stark gedämpften Primärkreis erregt.

In Tabelle 4 sind die Resultate zusammengestellt. Spalte 3 enthält die Werte $\frac{J_1^2}{J^2}$ $(= S)$, wobei der Wert für Stellung I mit 100 angesetzt ist. Beim Senken der Flügel nehmen, wie zu erwarten war, Dämpfung, Widerstand und Strahlung sehr beträchtlich ab.

Tabelle 4.

Flügelstellung . .	I	II	III	IV
	52 m	35 m	12 m	1,5 m
1) δ	0,102	0,075	0,058	0,052
2) W (Ohm) . . .	11,5	8,3	6,6	6,1
3) S	100	58,2	22.9	13,1

Da bei den verschiedenen Stellungen außer einer Regulierung durch das Drehvariometer (V in Fig. 3) nichts geändert wurde, kann die Abnahme der Dämpfung ihren Grund nur in der verringerten Strahlung und in einem Kleinerwerden der Verluste in der Erde finden[2]). Ob und in welchem Grade der letztere Faktor eine Rolle spielt, läßt sich nicht entscheiden. Wenn wir einmal die Annahme machen, daß die Verluste in der Erde für alle Stellungen der Flügel im wesentlichen die gleichen bleiben, dann läßt sich aus den vorliegenden Beobachtungen das Strahlungsdekrement für jede Stellung berechnen. Man kann dann eine, den schädlichen Verlusten entsprechende Größe finden, die von den Werten des Gesamtdekrements δ abgezogen wird, so daß der Rest eine den

1) Diese Größe würde sich auch aus Wellenlänge, Kapazität und Dämpfung berechnen lassen.

2) Die Änderung des Dekrements infolge der geringen Änderung der Kapazität soll hier nicht berücksichtigt werden.

Größen S proportionale Reihe ergibt. Nehmen wir hier das den schädlichen Verlusten entsprechende Dekrement zu 0,044 an, dann ergibt sich das Strahlungsdekrement für die vier Stellungen zu den in Tabelle 5 angegebenen Werten. Die Proportionalität mit den gefundenen Werten S ist aus der Spalte $\mathfrak{d}_s \cdot \frac{100}{0{,}058}$ ersichtlich. Die Übereinstimmung ist also eine relativ gute.

Tabelle 5.

Flügelstellung . .	I	II	III	IV
$\mathfrak{d}_s$	0,058	0,031	0,014	0,008
$\mathfrak{d}_s \cdot \frac{100}{0{,}058}$	100	53,5	24,2	13,8

Es lassen sich nun auch die Werte für den Strahlungswiderstand W_s angeben, also die Werte, welche mit J^2 multipliziert die in der Zeiteinheit ausgestrahlte Energie ergeben:

Tabelle 6.

Flügelstellung . .	I	II	III	IV
W_s (Ohm)	6,5	3,3	1,6	1,1

Versuche mit Gegengewicht.

Ersetzt man die Erdung durch ein Gegengewicht, dann werden die Verluste in der Erde viel geringer werden, eine mögliche Änderung dieser Verluste dürfte also noch weniger ins Gewicht fallen, als bei der vorigen Versuchsreihe. Die Form des Gegengewichtes ist aus Fig. 5 ersichtlich. Punkt A befand sich etwa

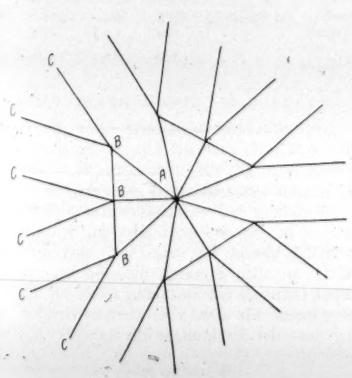


Fig. 5. (Maßstab 1 : 2000.)

5 m über dem Boden, die Punkte B 8 m und C 2 m.

Die Resultate dieser Versuchsreihe gibt Tabelle 7. Die Enden der Flügel befanden sich hierbei 52, 35, 20 und 12 m über dem Boden.

Tabelle 7.

Höhe der Flügelenden	52 m	35 m	20 m	12 m
1) $\mathfrak{d}$	0,067	0,045	0,035	0,029
2) W (Ohm) . . .	7,5	5,5	4,4	4,0
3) S	100	51,7	34,7	24,8
4) $\mathfrak{d}_s$	0,050	0,028	0,018	0,012
5) $\mathfrak{d}_s \cdot \frac{100}{0{,}050}$ . . .	100	56	36	24
6) W_s	5,6	3,6	2,5	2,1

Auch hier ist also eine starke Abnahme von Dämpfung, Widerstand und Strahlung beim Senken der Flügel zu beobachten. Die Dekremente und Widerstände sind von vornherein hier viel niedriger, was auf die geringeren Erdverluste zurückzuführen ist. Nimmt man auch hier an, daß beim Senken der Flügel sich lediglich die Strahlungsverluste ändern, daß alle schädlichen Verluste in den Leitungen, die auch hier nicht verändert wurden, gleich bleiben, dann findet man für den Dämpfungsanteil dieser Verluste einen Wert 0,017, nach dessen Abzug von $\mathfrak{d}$ für die Strahlungsdämpfung Größen übrig bleiben, welche mit den gefundenen Werten von S relativ gut übereinstimmen (Tabelle 7, Spalte 3 und 5).

Kontrollversuch.

Für die Stellung I ergab sich unter Verwendung der Erdung ein Strahlungsdekrement von 0,058; unter Verwendung des Gegengewichts ein solches von 0,050[1]). Bei der gleichen Wellenlänge wurden nun unter abwechselnder Benutzung von Gegengewicht und Erdung Empfangsmessungen gemacht; die erhaltenen Werte für S sind:

	Erdung	Gegengewicht
S	420	358

Das Verhältnis dieser Werte ist 1,17, das der Dekremente 1,16. Die Übereinstimmung ist also sehr gut.

Vergleiche der Resultate mit den nach der Theorie errechneten Werten.

Die Strahlung eines Oszillators ist um so größer, je größer die Amplitude der elektrischen und magnetischen Feldstärke in entfernten Teilen seiner Äquatorebene ist. Für die Strahlungsdekremente gilt das gleiche, wenn die Energieaufnahme des Oszillators, wenn also seine Kapazität die gleiche geblieben ist. Es wird dann für die verschiedenen Stellungen der Flügel das Strahlungsdekrement proportional der Amplitude des elektromagnetischen Feldes, das der Sender in großer Entfernung in seiner Äquatorebene erzeugt. Die Amplitude dieses Feldes ist aber abhängig von dem Stromintegrale über die ver-

1) Die Kapazitäten sind in beiden Fällen annähernd gleich.

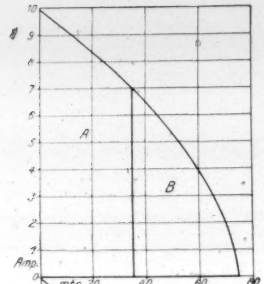


Fig. 6.

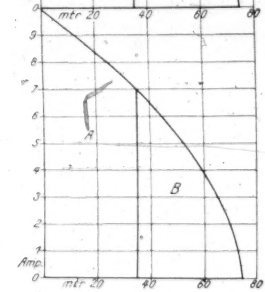


Fig. 7.

tikale Höhe des Senders. Für die hier untersuchten Antennenformen lassen sich diese Stromintegrale auf Grund der S. 230 beschriebenen Beobachtungen ausrechnen. Zeichnet man danach zunächst die Kurven der Stromverteilung über die Antenne (Fig. 6—9), wobei als Abszisse die Entfernung vom Antennenfußpunkte, als Ordinate die Stromstärke genommen ist, dann sind die Stromintegrale (in willkürlichem Maße) gleich dem Inhalt der Fläche A, vermehrt oder vermindert um die der Flügelstellung entsprechend verkleinerte Fläche B. Man erhält dann folgende Werte:

I	II
$2973 + 740 = 3713$	2975
III	**IV**
$2983 - 1038 = 1945$	$2993 - 1552 = 1441$

Die Strahlung ist proportional den Quadraten dieser Stromintegrale. Also muß das Verhältnis dieser Quadrate für die vier Flügelstellungen gleich dem Verhältnis der gemessenen Strahlungsdekremente (Tabelle 5, S. 231) sein. In Tabelle 8 sind die Werte zusammengestellt. Die Übereinstimmung ist verhältnismäßig gut bis auf den Wert für II.

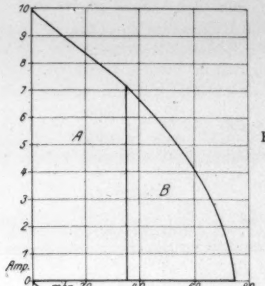


Fig. 8.

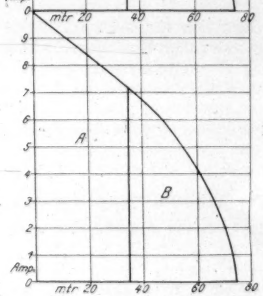


Fig. 9.

Tabelle 8.

		I	II	III	IV
Quadrate der Stromintegrale		1373	887	378	208
		100	64,5	27,5	15,1
$\vartheta_s \cdot \frac{100}{0{,}058}$		100	53,5	24,2	13,8

Berechnung des Strahlungswiderstandes.

Aus der Stromverteilung über die Antenne läßt sich nun auch die Länge des der Antenne äquivalenten Dipoles berechnen, d. h. die Länge desjenigen symmetrischen Senders, bei welchem die Strahlung bei quasistationärer Strömung die gleiche ist, bei welchem also der Stromintegralwert der gleiche ist, wie hier, und die Stromstärke an allen Punkten dieselbe ist. Für den Dipol läßt sich die Strahlung nach der Theorie[1]) berechnen; für den äquivalenten Sender ergibt sich dann der Strahlungswiderstand W_s in Ohm[2]):

$$W_s = 80\,\pi^2 \frac{l^2}{\lambda^2},$$

wobei l die Länge des äquivalenten Dipols und λ die Wellenlänge bedeutet.

Bezeichnet L die Antennenlänge, welche bei quasistationärer Strömung denselben Strominte-

1) M. Abraham, Elektromagn. Theorie der Strahlung. Leipzig u. Berlin 1908.
2) R. Rüdenberg, Ann. d. Phys. **25**, 446, 1908.

gralwert hat, dann ist die Dipollänge $l = \sqrt{2}\,L$, da nur im Halbraume über der Erde Energie ausgestrahlt wird[1]). L ist für die vier Flügelstellungen nach den aus den Fig. 6—9 errechneten Werten:

	I	II	III	IV
L . .	37,13 m	29,75	19,45	14,41

Der Strahlungswiderstand berechnet sich demnach für die Wellenlänge 583 m zu:

	I	II	III	IV
Ohm . .	6,37	4,11	1,75	0,97

Vergleicht man damit die aus den Versuchen (S. 231, Tabelle 6) erhaltenen Werte:

	I	II	III	IV
Ohm . .	6,5	3,3	1,6	1,1

so ersieht man eine recht gute Übereinstimmung.

Damit ist auch gezeigt, daß die einfachen Messungen der Stromverteilung über die Antenne verhältnismäßig genau die Werte des Strahlungswiderstandes des betreffenden Senders zu ermitteln gestatten.

Folgerungen.

A. Der effektive Widerstand der Erde.

Für die Flügelstellung I war bei Verwendung der Erdung gefunden worden:

effektiver Widerstand 11,5 Ohm,
Strahlungswiderstand 6,5 Ohm,

während bei Anwendung des Gegengewichtes die entsprechenden Werte:

7,5 Ohm,
bzw. 5,6 Ohm

betrugen. Der Verlustwiderstand ist demnach im ersten Falle 5, im zweiten 1,9 Ohm; da die Apparatur in beiden Fällen die gleiche ist, so ist die Differenz 3,1 Ohm jedenfalls auf Energieverluste in der Erde zurückzuführen. Der tatsächliche Erdungswiderstand kann noch etwas größer sein, da die geringen Energieverluste in der Erde bei Anwendung des Gegengewichtes hierbei nicht berücksichtigt sind.

B. Der Nutzeffekt der Antenne bei Erdung und bei Gegengewicht.

Aus den Werten des Gesamtwiderstandes des Antennenkreises (S. 230), des Strahlungswiderstandes (S. 231) und des Widerstandes der Erde (S. 233) läßt sich folgende Energiebilanz aufstellen:

Flügelstellung . . .	I	II	III	IV
Ausgestrahlte Energie .	56,3 Proz.	41,3	24,1	15,4
Energieverluste in der Erde ca.	27,0 „	37,3	47,0	50,8
Verluste in den Leitungen, durch Wirbelströme usw.	16,7 „	21,4	28,9	33,8

1) Rüdenberg, l. c., S. 457.

Der Nutzeffekt der Antenne, das Verhältnis der ausgestrahlten Energie zur Gesamtenergie, sinkt beim Senken der Flügel von 56,3 auf 15,4 Proz.; die Energieverluste in der Erde steigen dabei von 27 auf 50,8 Proz. Je geringer die Strahlungsdämpfung ist, um so vorteilhafter wird der Ersatz der Erdung durch ein Gegengewicht sein. Wieviel z. B. für Stellung I und II durch Benutzung eines Gegengewichtes statt der Erdung gewonnen wird, zeigt folgende Rechnung: bei gleicher Energie des Primärkreises und gleicher Koppelung ist die auf den Antennenkreis übertragene Energie die gleiche, da die Kapazitäten in beiden Fällen nahezu gleich sind. Die effektive Stromstärke ist aber bei Gegengewicht größer, da die Dämpfung kleiner ist; wenn bei ungeänderter Apparatur (Flügelstellung I) die Erdung durch das Gegengewicht ersetzt wird, steigt die Stromstärke von 1 auf 1,238 Amp., denn die Widerstände in beiden Fällen sind 11,5 und 7,5 Ohm und es muß

$$J_1^2 W_1 = J_2^2 W_2$$

sein.

Die ausgestrahlten Energien verhalten sich, da die Strahlungswiderstände 6,5 bzw. 5,6 Ohm sind,

wie $6{,}5 \cdot 1^2$ zu $5{,}6 \cdot 1{,}238^2$,
d. h. wie 1 zu 1,32.

Die ausgestrahlte Energie muß demnach von 56,3 Proz. auf 74,5 Proz. steigen. Diesen Wert kann man auch direkt aus der Tabelle 7, S. 231 ableiten: Aus den Werten der ϑ und δ ergibt sich die Energiebilanz bei Gegengewicht folgendermaßen:

Flügelstellung . . .	I	II
Ausgestrahlte Energie	74,6 Proz.	62,3 Proz.
Verluste	25,4 „	37,7 „

Bei Stellung I steigt also bei Ersatz der Erdung durch Gegengewicht die ausgestrahlte Energie von 56,3 auf 74,6 Proz., d. h. im Verhältnis 1 zu 1,32; bei Flügelstellung II von 41,3 auf 62,3, d. h. im Verhältnis 1 zu 1,51. Je geringer die Strahlungsdämpfung, um so größer ist mithin der Vorteil des Gegengewichtes.

Zusammenfassung.

Bei einer Schirmantenne wurde die Form durch flügelartiges Heben und Senken des Schirmes geändert und bei vier verschiedenen Stellungen der Flügel Kapazität, Dämpfung und Widerstand der Senderantenne, sowie Stromstärke in einer Empfangsantenne gemessen. Aus den gefundenen Resultaten läßt sich unter der Annahme, daß der Widerstand der Erde für die verschiedenen Stellungen des Antennenschirmes merklich der gleiche ist, das Strahlungsdekrement direkt berechnen. Die Mes-

sungen wurden wiederholt unter Benutzung eines Gegengewichtes statt der Erdung, und auch dafür das Strahlungsdekrement berechnet. Ein Kontrollversuch ergab eine gute Übereinstimmung der errechneten Werte. Die nach theoretischen Gesichtspunkten errechnete Abnahme der Strahlung beim Senken der Flügel ergibt Werte, welche mit den gefundenen auf einige Prozente übereinstimmen. Ebenso stimmen auch die aus der Strahlungstheorie errechneten Werte des Strahlungswiderstandes mit den gefundenen relativ gut überein.

Bei den Messungen wurde ich in dankenswerter Weise von Herrn cand. O. Oldenberg unterstützt.

(Eingegangen 26. Januar 1912.)

Widerstands- und Beschleunigungsmessungen an frei steigenden Pilotballonen mittels photographischer Registrierung [1].

Von L. Schiller und A. Döge.

Obgleich schon Versuche über den Widerstand von kugelförmigen Körpern, insbesondere auch von Ballonen in Luft angestellt worden sind, so ist doch die Frage noch lange nicht grundsätzlich geklärt. Besonders gilt dies gerade von dem Teil der Bewegung, der den Luftfahrer speziell interessieren muß, der beim Hochgehen eines Ballons zunächst in Betracht kommenden beschleunigten Bewegung. Hierüber nähere Kenntnis zu erhalten, erscheint nämlich auch von praktischen Gesichtspunkten aus wünschenswert, da sie verbunden mit der Feststellung des Auftriebs eines Ballons und der horizontalen Windgeschwindigkeit die Gefahren, die einem Freiballon beim Hochgehen durch benachbarte Gebäude usw. entstehen können, auf Grund einer einfachen Rechnung wird vermeiden lehren.

Hiervon ausgehend beobachteten wir auf Anregung von Herrn Professor Wiener zum Unterschied von früheren Untersuchungen über den Luftwiderstand bewegter Körper (Rundlauf-, Fall-, Pendelversuche usw.) das Aufsteigen mit gemessenem Auftriebe hochgelassener Pilotballone (ca. 45 cm Durchmesser) und richteten unser Augenmerk auch besonders auf den ersten beschleunigten Teil der Bewegung. Die Ergebnisse hierüber finden sich in Teil III dieser Arbeit.

Teil II enthält Bestimmungen des Luftwiderstands im Bereich von konstanten Geschwindigkeiten von 0,2 bis 1,1 m/sec. Auch diese dürften eine gewisse Lücke in der Literatur (Hergesell, v. Löbl, Canovetti) ausfüllen. Unsere Ergebnisse sind ziemlich analog den Resultaten der interessanten Arbeit von Allen[1]) über den freien Fall von sehr kleinen Kugeln in zähen Flüssigkeiten. Allen konnte nämlich die Existenz dreier verschiedener Geschwindigkeitsbereiche mit verschiedenen Widerstandsgesetzen nachweisen[2]). Diese drei Bereiche charakterisieren sich in der Lanchesterschen Bezeichnungsweise als:

1. Stokessches Stadium (sehr kleine Geschwindigkeiten): der Widerstand ist proportional der Geschwindigkeit.

2. Allensches Stadium (mittlere Geschwindigkeiten): der Widerstand ist proportional der 1,5ten Potenz der Geschwindigkeit.

3. Newtonsches Stadium (größere Geschwindigkeiten): der Widerstand ist proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit.

Im Laufe unserer Untersuchung ergab sich, daß wir uns in einem Geschwindigkeitsbereich entsprechend Stadium 2 und 3 befanden. Das erste Stadium, welches tatsächlich auch nur für sehr kleine Geschwindigkeiten zu erwarten ist, konnten wir nicht nachweisen.

I. Versuchsanordnung.

Als geeigneter Versuchsraum stand der mit Glas gedeckte, 35×14 m² messende, 11 m hohe Lichthof des Physikalischen Instituts der Universität Leipzig zur Verfügung, in dessen Mitte die Ballone hochgelassen wurden, so daß eine Beeinflussung von seiten der Wände möglichst vermieden wurde. Es war ursprünglich auch daran gedacht gewesen, die Versuche in dem Turm des Instituts anzustellen, dessen einzelne Geschosse mit weiten Falltüren versehen sind. Jedoch wurde hiervon abgesehen, da die nahe Nachbarschaft der Wände wenig empfehlenswert erschien und auch in einem engen Schacht wohl stärkere vertikale Strömungen zu erwarten waren. Um einen Einfluß vom Fußboden zu vermeiden, wurden die Ballone in ungefähr 1 m Höhe abgelassen.

Benutzt wurden rot gefärbte Gummiballone der Continental-Caoutchouc- und Guttapercha-Compagnie Hannover mit einem Leergewicht von ca. 46 g. Der Ballon wurde im Augenblick des Hochlassens und von hier an in aufeinanderfolgenden gleichen Zeitintervallen (ca. 0,5 Sek.) von zwei ungefähr rechtwinklig zueinander aufgestellten photographischen Apparaten aufgenommen. Zwei Apparate wurden benutzt,

1) Mit geringen Änderungen aus den Berichten der mathematisch-physischen Klasse der Kgl. sächs. Gesellsch. d. Wiss. zu Leipzig.

1) H. S. Allen, Phil. Mag. (5) **50**, 323 u. 519, 1900.
2) Vgl. dazu auch F. W. Lanchester, Aerodynamik, übersetzt von C. u. A. Runge, I., S. 56 ff. Leipzig, Teubner, 1909.

damit man sich über störende Luftströmungen aus der Betrachtung des Aufstiegweges des Ballons leichter Rechenschaft geben konnte. In dieser Beziehung bedenkliche photographische Platten wurden von der Auswertung ausgeschieden.

Auslösung des Ballons und Öffnen der Momentverschlüsse wurden elektromagnetisch betätigt, und zwar zur Erzielung möglichster Exaktheit in Hintereinanderschaltung. Um eine elektromagnetische Betätigung der Momentverschlüsse zu erzielen, kam es darauf an, in diese, die bekanntlich pneumatisch wirken, elektromagnetisch Preßluft einzuleiten. Dazu wurden die Verschlüsse (Irisblendenverschluß von Görz) durch einen Dreiweghahn mit einer mit Preßluft gefüllten Glasflasche (Fig. 1) verbunden. Axial

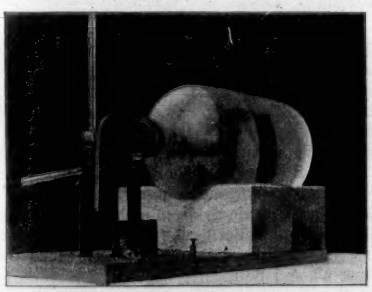


Fig. 1.

auf dem Hahn befestigt war eine Messingscheibe. Scheibe und Hahn wurden gedreht durch ein Stahlband, das an seinem einen unteren Ende in eine Spiralfeder eingriff und an dem andern einen Eisenkern trug, der bei Stromschluß in eine Spule gezogen wurde. In diesem Falle wurde der Hahn so gestellt, daß Flasche und Verschluß kommunizierten, also Luft aus der Flasche in den Verschluß entweichen konnte und der Verschluß in Tätigkeit trat. Mit Öffnung des Kontaktes zog die Spiralfeder den Eisenkern und Hahn in die alte Stellung zurück, wodurch Kommunikation zwischen Verschluß und Außenluft hergestellt wurde, und das Spiel konnte sich wiederholen. Zur Erzielung gleicher Zeitintervalle benutzten wir ein Metronompendel, an dem ein wenig oberhalb des Drehpunktes ein in den Stromkreis eingeschalteter, nach abwärts gebogener, *U*-förmiger Kupferbügel befestigt war. Der eine Schenkel des Bügels reichte ständig in ein Quecksilbernäpfchen, zu dem die Stromzuleitung führte, der andere tauchte nur bei maximaler Elongation in ein zweites Näpfchen, wodurch der Strom geschlossen wurde. Schließlich wurde in demselben Stromkreis noch die Ablaßvorrichtung für den Ballon betätigt — einfach ein Hebel, an dessen einem äußersten Ende der Ballon mit einem ca. 5 cm weiten Ring eingehängt wurde, während das andere ganz knapp auf einer Nase auflag. Diese wurde bei Stromschluß ebenfalls elektromagnetisch zurückgezogen. Dadurch ging der andere leichtere Teil des Hebels in die Höhe, der Ring wurde frei, und der Ballon ging erschütterungsfrei ab. In Fig. 2 rechts unten ist

Fig. 2.

die Loslaßvorrichtung mit hochgeschnelltem Hebel zu sehen. Alle diese Apparate waren mit einer angelegten Spannung von 24 Volt hintereinandergeschaltet.

Aufnahmen konnten nur bei hellem Sonnenschein und gegen Mittag gemacht werden, da sonst auf den Platten trotz deren hoher Empfindlichkeit (Σ-Platten von Lumière) wenig von den einzelnen Stellungen der Ballone zu sehen war. Als bester Hintergrund erwiesen sich die schwarz erscheinenden Fensterscheiben in den Mauern des Lichthofes, deren Zwischenräume mit schwarzen Tüchern behängt wurden.

Vor und nach jeder Aufnahme wurde Auftrieb und Umfang des Ballons ermittelt, die zugehörigen Zeiten notiert, und hieraus dann die während der Aufnahme gültigen Werte interpoliert. Hierbei dürften für größere Auftriebe Fehler von wenigen Prozenten unterlaufen, für

die kleinsten Auftriebe solche bis zu 10 Proz. Die Schwingungsdauer des Metronoms wurde von Fall zu Fall aus länger dauernden Beobachtungen ermittelt.

Die Ausmessung der Aufnahmen geschah mit Hilfe eines Zeißschen Komparators. Die Genauigkeit der Messung variiert natürlich mit der Schärfe der Begrenzung, d. h. mit der Geschwindigkeit. Um die Absolutwerte von Weg, Geschwindigkeit usw. zu erhalten, wurde noch für jeden der beiden Apparate die Vergrößerung bestimmt.

Fig. 2 zeigt die Reproduktion einer Aufnahme, die nicht etwa als eine besonders wertvolle, sondern lediglich als relativ gut zur Wiedergabe geeignet dazu gewählt wurde.

II. Bestimmung des Luftwiderstandes.

Zur Bestimmung des Luftwiderstandes kommt der stationäre Teil der Bewegung in Betracht. Dieser wird allgemein beschrieben durch die Gleichung:

$$K = \varrho \cdot v^x,$$

welche man aus der Bewegungsgleichung erhält für den Fall, daß die Beschleunigung = Null ist. Hier bedeutet K den Auftrieb, v die Geschwindigkeit, ϱ den Koeffizienten des Luftwiderstandes und x einen bestimmten Exponenten.

Aus ϱ erhält man nach der allgemein üblichen Weise den spezifischen Luftwiderstand r durch Division mit dem Querschnitt q, also $r = \frac{K}{v^x q}$. Hier sei gleich noch bemerkt, daß im folgenden alle Einheiten im technischen Kilogrammetermaßsystem ausgedrückt sind.

Nimmt man, entsprechend früheren Untersuchungen[1]), für unsern Geschwindigkeitsbereich (0,2 bis 1,1 m/sec) für x den Wert 2 an, so kann man zufolge der obigen Gleichungen den spez. Luftwiderstand r aus den Beobachtungen berechnen. Gilt das quadratische Gesetz, so müßte sich bei konstantem Querschnitt für die verschiedenen Geschwindigkeiten ein konstanter Wert von r ergeben. Tatsächlich war dies nicht der Fall. Vielmehr erhielten wir für zehn Platten auf diese Weise stark abweichende Resultate, die in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind, worin man gleichzeitig noch die zugehörigen Auftriebe, Geschwindigkeiten und Querschnitte angegeben findet.

K	v	q	r
0,00050 kg	0,204 m/sec	0,176 m²	0,068 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^4 \cdot \text{sec}^2}$
0,00080 „	0,286 „	0,164 „	0,060 „
0,00111 „	0,371 „	0,162 „	0,050 „
0,00241 „	0,558 „	0,170 „	0,046 „
0,00245 „	0,578 „	0,159 „	0,046 „
0,00289 „	0,636 „	0,167 „	0,043 „
0,00354 „	0,738 „	0,164 „	0,040 „
0,00393 „	0,782 „	0,164 „	0,039 „
0,00488 „	0,873 „	0,177 „	0,036 „
0,00723 „	1,094 „	0,172 „	0,035 „

Die Differenzen der benutzten Querschnitte sind zu gering, um einen gegenüber der Genauigkeit der Messungen an sich in Betracht kommenden Einfluß auf die Resultate ausüben zu können. Auf eine Reduktion nach dem Gesetz der entsprechenden Geschwindigkeiten[1]) durfte also verzichtet werden.

Zur Bestimmung der konstanten Endgeschwindigkeit standen naturgemäß bei den kleineren Geschwindigkeiten mehr Intervalle (ungefähr 10) zur Verfügung als bei den großen (bis herunter zu zwei). Jedoch kann auch dies als genügend betrachtet werden.

Der Gang, den die Werte von r in der obigen Tabelle zeigen, ergibt deutlich, daß im ganzen Bereich das quadratische Gesetz nicht gilt, vielmehr erst von ungefähr 1 m/sec ab.

Hiervon ausgehend kann man für die letzte Platte ($v = 1{,}094$ m/sec) das quadratische Gesetz als gültig und somit $r = 0{,}035 \frac{\text{kg}}{\text{m}^4 \cdot \text{sec}^2}$ als richtigen Wert des spez. Luftwiderstandes annehmen. Mit diesem Wert von r ergeben sich nun aus der Gleichung $r = \frac{K}{v^x q}$ für die verschiedenen Geschwindigkeiten folgende Werte des Exponenten x:

$v =$	0,204	0,286	0,371	0,558	0,578	0,636	0,738	0,782	0,873	1,094
$x =$	1,57	1,58	1,64	1,55	1,50	1,56	1,59	1,54	1,76	2,0

Mittel 1,57

Die annähernde Konstanz der Werte von x für die ersten acht Platten zeigt eine vollkommene Analogie zu dem „Allenschen Stadium“. So- mit gilt für Geschwindigkeiten in dem Bereich 0,2 bis 0,8 m/sec das Gesetz:

Luftwiderstand $R = r \cdot q \cdot v^{1{,}57}$.

In dem Bereich 0,8 bis 1 m/sec erfolgt ein

1) Über die hierher gehörige Literatur vergl. Finsterwalder in der Enzykl. d. math. Wiss. IV, 3, S. 161. Leipzig, Teubner. 1901—1908.

1) Vergl. Lanchester, l. c., S. 46 ff.

stetiger Übergang zum quadratischen Gesetz, d. h. zum Turbulenzgebiet.

Da in Wirklichkeit die beiden Einflüsse des Reibungswiderstandes, der nach der ersten Potenz gehende, und der Turbulenzwiderstand, der dem quadratischen Gesetz gehorcht, nebeneinander hergehen, so liegt es nahe, die Zerlegung des Widerstandes in ein lineares und ein quadratisches Glied vorzunehmen, gemäß der Gleichung

$$\frac{K}{q} = r_1 v + r_2 v^2;$$

dann ergibt sich aus obigen Resultaten, daß man bei unserer Ballongröße nur Geschwindig-

Durchmesser:	10,18 m	3,79	3,25
r_1:	0,0014	0,0010	0,0018
r_2:	0,0042	0,0063	0,0094

Der aus dem Verhalten von r_2 von Hergesell gefolgerten Abnahme des Luftwiderstandes mit zunehmender Ballongröße entspricht auch unser Resultat.

III. Untersuchungen im Beschleunigungsbereich.

Die Vorgänge bei der Bewegung einer Kugel in einer Flüssigkeit in dem halb turbulenten Gebiet sind außerordentlich verwickelt und daher nicht durch eine einfache Beziehung darstellbar. Trotzdem soll zunächst von der einfachen Gleichung der Mechanik ausgegangen, d. h. angenommen werden, daß das Produkt von Masse und Beschleunigung des Ballons gleich der wirksamen Kraft, also gleich der Differenz von Auftrieb und Widerstand sein soll. Man erhält dann einen Wert für diejenige Masse, die der Ballon haben müßte, wenn die einfache Gleichung der Mechanik zu Recht bestünde. Man könnte diese Masse etwa als „äquivalente Masse" bezeichnen, da der Ausdruck „scheinbare Masse" in der Physik bereits eine andere Bedeutung gewonnen hat. Diese äquivalente Masse berechnet sich also aus der Gleichung

$$M = \frac{K - rqv^v}{\frac{dv}{dt}}.$$

Zur Feststellung von v und $\frac{dv}{dt}$ an den durch die Aufnahmen gegebenen Punkten des Beschleunigungsbereiches wurden nach den Ausmessungen der Platten je eine Bahn-, hieraus abgeleitet eine Geschwindigkeits- und hiernach eine Beschleunigungskurve (in Abhängigkeit von der Zeit) entworfen. Naturgemäß sind diese Werte wegen der im beschleunigten Bereich vorliegenden kleinen Geschwindigkeiten mit relativ großen prozentischen Fehlern behaftet, was sich durch eine stellenweise nötig werdende ziemlich weitgehende Ausgleichung der Kurven kenntlich machte.

keiten bis 0,8 m/sec berücksichtigen wird, da für größere Geschwindigkeiten sehr bald das rein quadratische Gesetz gilt und ein Zusammenfassen zweier physikalisch verschiedener Gebiete als unzweckmäßig erscheinen muß.

Nach der letzten Gleichung erhält man aus den Werten für die ersten acht Platten acht Bestimmungsgleichungen für r_1 und r_2. Gleicht man diese nach der Methode der kleinsten Quadrate aus, so ergeben sich die Werte

$$r_1 = 0{,}0098 \quad \text{und} \quad r_2 = 0{,}0270.$$

Auf die gleiche Weise hat Hergesell[1]) aus Pendelbeobachtungen an Ballonen mit 3 bis 10 m Durchmesser die Koeffizienten r_1 und r_2 berechnet. Seine Resultate waren die folgenden:

3,08	0,45	–
0,0017	0,0098	unsere Beobachtungen.
0,0163	0,0270[2])	

Für r und x wurden die in dem vorigen Abschnitt sich ergebenden Werte $r = 0{,}035$ und $x = 1{,}57$ (für Geschwindigkeiten $> 1{,}05$ m/sec $x = 2$, an zwei Stellen $x = 1{,}8$, bezw. $= 1{,}9$) eingesetzt, für K der gemessene Auftrieb.

Die auf diese Weise durchgeführte Rechnung ergab aus drei Aufnahmen mit möglichst verschiedenen Endgeschwindigkeiten (1,1, 0,7 und 0,3 m/sec) einen deutlichen Gang von M derart, daß es von Werten größer als die wirkliche Masse bis zu sehr kleinen Werten abnahm.

Um zu prüfen, ob dieses Verhalten von M tatsächlich und nicht etwa bloß durch die oben erwähnte, zum Teil natürlich etwas willkürliche Ausgleichung der Kurven entstanden war, wurde für die Platte mit den größten Geschwindigkeiten (I), die naturgemäß das meiste Vertrauen verdient, die Berechnung von M mit völlig unkorrigierten Werten von Geschwindigkeit und Beschleunigung durchgeführt. Die folgende Tabelle enthält neben den durch die Ausmessung sich ergebenden Werten von v und dv/dt und einer Spalte mit den Werten von $K - rqv^v$ die sich ergebenden Werte von M und schließlich noch eine Spalte für

$$\mu = \frac{M}{m} = \frac{\text{äquivalente Masse}}{\text{wirkliche Masse}},$$

die „äquivalente Dichte".

1) H. Hergesell, Ill. Aer. Mitt. **8**, 77, 1904.
2) Bzw. 0,035 für das rein quadratische Gebiet.

Platte I. $K = 0{,}00723$ kg; $q = 0{,}172$ m²; Volumen $V = 0{,}0536$ m³.

Wirkliche Masse (Ballonhülle, Ballast und Wasserstoff) $m = 0{,}00582$ kg m^{-1} sec².

Zeit	v	dv/dt	$K - rqv^x$	M	M/m
0 sec	0	(0,91)	0,00723	0,00796	1,36
0,117	(0,11)[1]	0,90	0,00705	0,00784	1,34
0,233	0,21	(0,88)	0,00671	0,00763	1,31
0,465	(0,41)	0,84	0,00577	0,00686	1,20
0,698	0,60	(0,80)	0,00453	0,00570	0,98
0,930	(0,78)	0,75	0,00319	0,00425	0,73
1,163	0,95	(0,54)	0,00173	0,00323	0,55
1,395	(1,02)	0,32	0,00092	0,00287	0,49
1,628	1,10				

Hiermit dürfte der oben behauptete Gang von M bezw. M/m als gesichert erscheinen. Andererseits erscheint eine gewisse graphische Ausgleichung der Werte von v und dv/dt für die Platte II mit der kleineren Geschwindigkeit als zulässig, wie sie nebst den Resultaten der Berechnung aus der folgenden Tabelle ersichtlich ist. Bei der Durchrechnung der Platte III mit den ganz kleinen Geschwindigkeiten zeigte sich, daß hier die Werte für Geschwindigkeit und Beschleunigung mit so großen prozentischen Fehlern behaftet sind, daß sie wohl noch ein qualitativ übereinstimmendes Resultat ergibt, aber zur quantitativen Auswertung nicht mehr herangezogen werden soll. Auf ihre detaillierte Wiedergabe ist demzufolge verzichtet.

Platte II. $K = 0{,}00354$ kg; $q = 0{,}164$ m²; $V = 0{,}0499$ m³; $m = 0{,}00578$ kg m^{-1} sec².

Zeit	v	$v_{korr.}$	dv/dt	$dv/dt_{korr.}$	$K - rqv^x$	M	M/m
0	0	0	—	0,422	0,00354	0,00838	1,44
0,25	0,110	0,118	0,424	0,420	0,00334	0,00795	1,38
0,50	0,198	0,219	0,400	0,410	0,00301	0,00734	1,27
0,75	0,318	0,318	0,376	0,390	0,00261	0,00667	1,16
1,00	0,422	0,409	0,352	0,369	0,00213	0,00576	1,00
1,25	0,471	0,491	0,324	0,343	0,00175	0,00508	0,88
1,50	0,566	0,578	0,332	0,311	0,00111	0,00357	0,62
1,75	0,643	0,658	0,260	0,240	0,00056	0,00233	0,40
2,00	0,698	0,709	0,184	0,130	0,00019	0,00146	0,25
2,25	0,734	0,734	0,000	0,000	0,00001	—	—

Hätten wir in der Luft eine ideale Flüssigkeit, so müßten wir mit der obigen Berechnungsweise für die Masse jeweils einen konstanten Wert M' erhalten, der gleich der wirklichen Masse + der halben Masse der verdrängten Luft wäre[2]). Für Platte I wäre dies $M' = 0{,}00910$, für Platte II $M' = 0{,}00879$. Diese Werte stimmen für den Anfang der Bewegung bis auf 9 bezw. 4 Proz. Entsprechend zeigt die letzte Spalte M/m für das Verhältnis der äquivalenten zur wirklichen Masse am Anfang eine gewisse Übereinstimmung mit dem Wert von etwa 1,5, den die Theorie der idealen Flüssigkeit ergeben würde, und fernerhin einen dem M analogen Gang.

Um diesen Gang von M, für den als Grund in Betracht kommt die Nichterfüllung der obigen theoretischen Voraussetzung und möglicherweise eine Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Beschleunigung, in eine empirische Gleichung zu fassen, gingen wir von einer Abhängigkeit der äquivalenten Masse von der Beschleunigung aus. Eine zunächst beabsichtigte exponentielle Darstellungsweise führte auf das Argument $\frac{b_a - b}{b_a}$. Unter Beibehaltung dieses Arguments erwies sich jedoch besser die folgende Form der Gleichung:

$$M = A\left(\frac{b_a - b}{b_a}\right)^2 + B\left(\frac{b_a - b}{b_a}\right) + C.$$

Durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate erhält man so für

Platte I: $A = 0{,}02153$, $B = -0{,}02182$, $C = 0{,}00811$;

Platte II: $A = 0{,}01671$, $B = -0{,}02115$, $C = 0{,}00817$.

Den Grad der durch die Ausgleichung erreichten Annäherung an die oben mitgeteilten Werte von M zeigt die folgende Übersicht:

Platte I.

M beob.	M ber.	Δ
0,00796	0,00811	+0,00015
0,00784	0,00789	+0,00005
0,00763	0,00747	−0,00016
0,00686	0,00650	−0,00036
0,00570	0,00564	−0,00006
0,00425	0,00487	+0,00062
0,00323	0,00277	−0,00046
0,00287	0,00299	+0,00012

Platte II.

M beob.	M ber.	Δ
0,00838	0,00817	−0,00021
0,00795	0,00816	+0,00021
0,00734	0,00758	+0,00024

1) Die eingeklammerten Werte sind durch lineare Interpolation gewonnen.

2) Vergl. Winkelmann, Handb. d. Phys. I., S. 1023, Leipzig, Barth. 1908.

M beob.	M ber.	Δ
0,00667	0,00667	±0,00000
0,00576	0,00579	+0,00003
0,00508	0,00481	−0,00027
0,00357	0,00377	+0,00020
0,00233	0,00217	−0,00016
0,00146	0,00154	+0,00008

Eine direkte Übereinstimmung in den Werten von A, B und C für die verschiedenen Beschleunigungsbereiche ist, wenn auch die Massen wie im vorliegenden Fall die gleichen sind, an sich nicht zu erwarten. Vielmehr ist in Analogie zu den verschiedenen Geschwindigkeitsgesetzen wohl auch die Möglichkeit verschiedener Gesetzmäßigkeit in verschiedenen Beschleunigungsbereichen nicht von der Hand zu weisen.

Da das Verhältnis von Kraft zu Beschleunigung für den Ballon selbst nach den Gesetzen der elementaren Mechanik unbedingt konstant sein muß, so deutet der gefundene Zusammenhang auf eine Kraft hin, welche durch das von dem Ballon erzeugte Strömungssystem später wieder auf ihn zurückwirkt. Bezeichnet man diese Kraft mit X, so gilt die Beziehung:

$$M' \frac{dv}{dt} = K - rqv^x + X.$$

Hierin bedeute M' etwa den aus der Theorie der idealen Flüssigkeit sich ergebenden Wert der Masse. Da nämlich für kleine Geschwindigkeiten in einiger Annäherung die theoretischen Strömungsgesetze gelten, so ist nicht die Masse selbst, sondern die theoretische $1^1/_2$fache Masse M' als Faktor der Beschleunigung eingeführt. Für die später betrachtete Größe des Verhältnisses der Zusatzkraft zur Beschleunigung bedeutet dies lediglich eine Verschiebung der Werte um einen konstanten Betrag. Kombiniert man diese Gleichung mit der obigen einfachen Bewegungsgleichung, so erhält man

$$\frac{X}{b} = M' - M,$$

und mit Benutzung unserer obigen empirischen Gleichung

$$\frac{X}{b} = M' - M = M' - A\left(\frac{b_a - b}{b_a}\right)^2 - B\frac{b_a - b}{b_a} - C.$$

Diese Abhängigkeit kommt in den folgenden beiden Kurven I (Fig. 3 u. 4) zum Ausdruck, die zugleich den Grad der Annäherung an die Beobachtung erkennen lassen. Diese Annäherung ist naturgemäß für Platte I weniger gut, da hier, wie oben erwähnt, mit völlig unkorrigierten Werten gerechnet wurde.

Wie aus den Figuren zu sehen ist, zeigen die Ausgleichskurven I ein Maximum. Aus

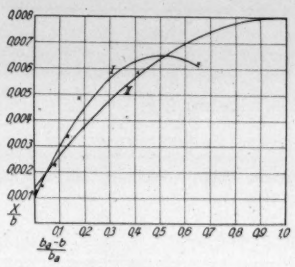


Fig. 3 (Platte I).

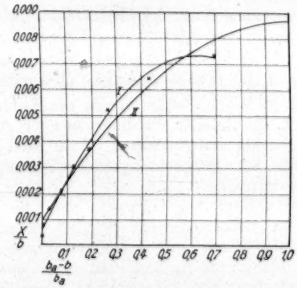


Fig. 4 (Platte II).

den Beobachtungen selbst ist ein solches nicht unbedingt zu folgern. Sicher ist, daß die Größe X, da sie eine Kraft darstellen soll, die durch die Beschleunigung erzeugt ist, Null werden muß, wenn die Beschleunigung Null wird. Und zwar ist zu vermuten, daß diese Kraft asymptotisch verschwindet, da das von dem Strömungssystem bei konstanter Geschwindigkeit abweichende Beschleunigungsströmungssystem allmählich verschwinden muß. Da nun aber auch die Beschleunigung asymptotisch sich der Null nähert, so läßt sich über das Verhalten von $\frac{X}{b}$ gegen Ende des Beschleunigungsbereichs mangels beobachteter Punkte für diesen letzten Teil nur aussagen, daß es sich einem konstanten Endwert asymptotisch annähert. Ob $\frac{X}{b}$ vorher durch ein Maximum geht oder nicht, läßt sich nicht entscheiden. Will man den Gang durch ein Maximum ausschalten, so hat man für

$$\frac{b_a - b}{b_a} = 1$$

$$\partial \frac{X}{b}$$

$$\partial \frac{b_a - b}{b_a} = 0$$

zu setzen. Hieraus folgt

$$A = -\frac{B}{2},$$

und unsere obige Gleichung nimmt folgende Form an:

$$\frac{X}{b} = M' - M = M' -$$

$$- B\left(\frac{b_a - b}{b_a} - \frac{\left(\frac{b_a - b}{b_a}\right)^2}{2}\right) - C.$$

Hier ergeben sich mit der Methode der kleinsten Quadrate

für Platte I: $B = -0{,}01329$, $C = 0{,}00775$;
für Platte II: $B = -0{,}01547$, $C = 0{,}00782$.

Mit diesen Werten ergeben sich die Kurven II (Fig. 3 u. 4), die sich allerdings weniger gut an die Beobachtungen anlehnen, jedoch wohl noch innerhalb der Beobachtungsfehler liegend als möglich erscheinen.

Zum Schluß sei bemerkt, daß die vorstehenden Untersuchungen lediglich einen gewissen qualitativen Einblick in dieses komplizierte Gebiet bieten sollen, und daß eine genauere Deutung der obigen empirischen Darstellungsweise einer späteren Untersuchung mit reicherem Beobachtungsmaterial und eventuell veränderten Versuchsbedingungen vorbehalten bleiben muß.

Leipzig, Physikal. Institut der Universität, Januar 1912.

(Eingegangen 30. Januar 1912.)

Die Messung der Radioaktivität [1]).

Von Dr. Julius v. Weszelszky.

Als Maß der Radioaktivität benutzt man hauptsächlich die durch Strahlung verursachte Leitungsfähigkeit der Luft. Diejenigen, welche sich speziell mit solchen Messungen befassen, benutzen zu diesem Zwecke entweder das Quadrantenelektrometer oder selbstkonstruierte Elektroskope. Ein Vorteil dieser Instrumente ist, daß sie dem Zwecke entsprechend zusammengestellt werden können, doch haben sie den Nachteil, daß sie teils nicht leicht transportabel sind, hauptsächlich aber, daß sie eine besondere Laboratoriumseinrichtung und eine größere Übung im Messen erfordern.

1) Mitteilung aus dem II. Chemischen Laboratorium der Kgl. Universität Budapest. Direktor Dr. Béla v. Lengyel.

Das Radium und radioaktive Körper sind ziemlich verbreitet und ihre Erforschung, sowie die Messung ihrer Quantitäten erlangt von Tag zu Tag vom allgemeinen naturwissenschaftlichen Standpunkte eine immer größere Wichtigkeit. Aus diesem Grunde wurden bereits verschiedene Apparate konstruiert und Methoden ausgearbeitet, deren Aufgabe es ist, derlei Messungen zu erleichtern.

Ich habe mit verschiedenen solchen im Verkehr befindlichen Apparaten gearbeitet, ohne jedoch mit den Ergebnissen zufrieden gewesen zu sein. Auf dem im vorigen Herbste in Brüssel tagenden internationalen radiologischen Kongreß

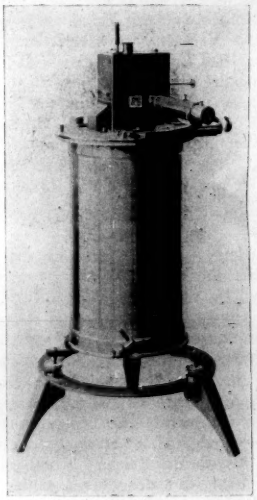


Fig. 1.

habe ich einen selbstkonstruierten Apparat demonstriert [1]), mit welchem ich und andere seither zahlreiche Messungen ausführten und befriedigend übereinstimmende Resultate erzielten. Nachdem für diesen Apparat seitdem von verschiedenen Seiten Interesse bekundet wurde, habe ich denselben auf Grund meiner bisherigen Erfahrungen einigermaßen umgestaltet und gebe im folgenden sowohl den Apparat, als auch meine hierbei gemachten Erfahrungen bekannt.

Die äußere Form des Apparates ist aus Fig. 1, der Durchschnitt aus Fig. 2 ersichtlich. Das Ganze samt allen zugehörigen Teilen kann in einem Kasten untergebracht und innerhalb

1) Ion 1910, Heft V; Congrès international de Radiologie d'électricité. Tome I, p. 684.

zehn Minuten zerlegt oder zusammengestellt werden und ist leicht transportabel[1]).

Wie aus Fig. 2 ersichtlich, geschieht die Messung mittels eines Blattelektroskops, dessen Bewegungen wir durch ein, mit einem Okularmikrometer versehenes, zehnfach vergrößerndes Mikroskop (*m*) beobachten. Das Mikroskop (*m*) ist auf einem, mit einem Nonius versehenen Schlitten mittels einer Mikrometerschraube verschiebbar. Bei gewöhnlichen Messungen ist das Mikroskop auf eine Stelle eingestellt; den Nonius

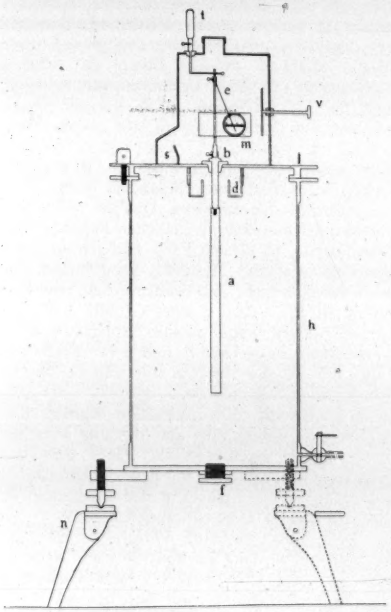


Fig. 2a.

und die Mikrometerschraube benutzen wir nur zur Einstellung, bei Bestimmung der Kapazität und bei einzelnen speziellen Messungen. Das Elektroskopblättchen (*e*) (aus Aluminium) hängt an einem vergoldeten Säulchen, welches in eine in den unteren Zylinder des Apparates hineinragende Metallstange paßt; diese ist an den Apparat mittels des Bernsteinisolators (*b*) befestigt.

An die in den Zylinder hineinragende Metallstange befestigen wir, je nachdem wir Emanation oder die Strahlung fester Körper messen wollen,

1) Der Apparat wird in den mechanischen Werkstätten von Ferd. Süß hergestellt und von der Budapester Firma Calderoni, Akt.-Ges., in Verkehr gebracht.

die Verlängerung (*a*) oder den Metallteller (*a'*). Das Elektroskop befindet sich in einem, mit einem durchsichtigen und einem matten Fensterchen versehenen Metallgehäuse, das an der Seite einen zur Aufnahme eines Trockenmittels dienenden Trog (*s*) besitzt. Die Ladung des Elektroskops erfolgt mittels des durch Ebonit isolierten, drehbaren Ladungsstiftes (*t*). Die an der Seite des Gehäuses beweglich angebrachte, an ihrem Stiele mit Millimeterteilung versehene Armatur (*v*) dient beim Transport des Apparates

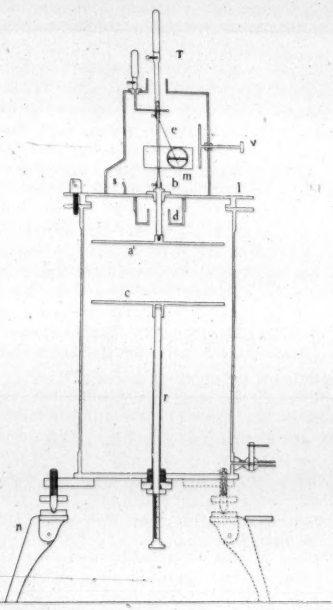


Fig. 2b.

zum Schutze des Blättchens sowie auch zur Einstellung des Blättchens in das Gesichtsfeld des Mikroskops. Beim Messen ist die Armatur immer auf dieselbe Stelle einzustellen. Die Kapazität des Apparates, in der Weise zusammengestellt, wie dies Fig. 2a zeigt, ist 13—15 cm. Auf 250—300 Volt geladen, entspricht jeder Teilstrich ungefähr einer Potentialdifferenz von 0,5 Volt, so daß daher die Empfindlichkeit des Apparates so groß ist, daß er auch zum Messen sehr schwach aktiver Stoffe geeignet ist. Will man stark aktive Körper damit messen, so kann man auf den Elektroskophalter die Metallstange (*T*) setzen und diese mit einem geeigneten

Kondensator verbinden; auf diese Weise können wir die Kapazität des Apparates beliebig steigern.

Der Metallzylinder (*h*), von ungefähr 8 Liter Inhalt ist aus starkem Messingblech verfertigt und zum Ein- und Ableiten von Gasen mit zwei Hähnen versehen. Auf den Metallzylinder paßt genau die das Elektroskop tragende Deckplatte (*l*). Damit diese luftdicht schließe, ist am oberen Rande des Zylinders ein Kautschukring angebracht, auf welchen die Deckplatte mit Hilfe von Schrauben angepreßt wird. Die Metallbüchse (*d*) dient zur Aufnahme des zum Trocknen der unteren Bernsteinfläche bestimmten Kalziumchlorids. Auf der Deckplatte ist, um dieselbe beim Messen wagerecht stellen zu können, eine Libelle angebracht. Der ganze Apparat steht auf dem eisernen Dreifuß (*n*), derselbe kann auch wegbleiben, wenn man den Apparat für Emanationsmessungen verwendet; er ist nur dann notwendig, wenn man den Apparat in der Zusammenstellung (Fig. 2b) gebraucht.

Wollen wir die Aktivität fester Körper messen, so schrauben wir den Stöpsel (*f*) heraus und setzen an dessen Stelle die den Teller (*c*) tragende Metallstange (*r*). Die Entfernung der Teller (*a'* und *c*) vermögen wir zu regulieren und dies unmittelbar an dem außerhalb des Apparates befindlichen Stangenteile des Tellers (*c*) abzulesen. Wenn man die Tragweite der Strahlen bestimmen will, so wird 5 mm unter dem Teller (*a'*) und von diesem isoliert ein Drahtnetz angebracht, welches zwischen zwei Metallringe gefaßt ist.

Zur Illustrierung der Gebrauchsfähigkeit des Apparates habe ich in meiner früher erwähnten Abhandlung[1]) ein Beispiel angeführt. Die aus einem natürlichen Mineralwasser gewonnene Emanationsstrahlung wurde gemessen, hierauf nach mehr oder weniger langer Zeit der Apparat zerlegt, gelüftet und sodann die Schnelligkeit des Zerfalls des radioaktiven Niederschlags bestimmt. Ich muß bemerken, daß der damals benutzte Apparat zu solchen Zwecken noch nicht so geeignet war, als der jetzt beschriebene, da die Abschließung des Zylinders durch eine polierte und eingefettete Metallplatte geschah, infolgedessen die Zerlegung und Auslüftung des Apparates mehr Zeit und Handhabung beanspruchte. Der Deckel des beschriebenen Apparates ist nach Lockerung der Schrauben leicht abnehmbar und nachdem er auf den, zu dem Apparat gehörenden, leicht transportablen und zerlegbaren Dreifuß gelegt wurde, kann der Zylinder gelüftet werden. Wenn während der Lüftung das Elektroskop geladen wird, so kann nach Zurücksetzung der Deckplatte, vom Beginne der Zerlegung an gerechnet, nach kaum 2—3 Minuten die Beobachtung beginnen und ist dieses ganze Verfahren ohne jedwede Hilfeleistung durchführbar.

Zur Bestimmung der Radiumemanation in Lösungen oder natürlichen Wässern ist eines der bequemsten und raschesten Verfahren das von Engler und Sieveking empfohlene. Mein Apparat hatte in seiner ursprünglichen Form auch eine derartige Einrichtung, daß man damit auch nach diesem Verfahren arbeiten konnte. Schon in meiner ersten Mitteilung hatte ich hervorgehoben, daß es mir nicht gelang, nach dieser Methode genaue Daten zu erzielen, jedoch hielt ich dieses Verfahren dazu geeignet, sich bei Massenarbeiten, z. B. bei der Untersuchung von Quellengruppen, eine rasche Orientierung zu verschaffen. Wie ich in letzterer Zeit häufig Gelegenheit hatte zu beobachten, liefert dieses Verfahren, besonders dann, wenn die Aktivität der einzelnen Quellen nicht sehr voneinander abweicht, in manchen Fällen irrtümliche Daten. In diesem Falle sind wir dennoch gezwungen, andere Methoden anzuwenden, die, wenn sie auch mehr Zeit beanspruchen, genauere Daten liefern. Aus diesem Grunde habe ich bei der neuen Form meines Apparates diese Vorrichtung weggelassen, und zwar auch deshalb, weil so der Apparat für andere Zwecke leichter zu handhaben ist.

Zur Messung der Emanation wurden hinsichtlich des Zeitpunktes der Messung verschiedene Verfahren empfohlen. Eines derselben besteht darin, daß man den Potentialabfall unmittelbar nach Einleitung der Emanation in den Apparat so rasch als möglich mißt.

Nach einem anderen Verfahren läßt man die Emanation längere Zeit in dem Apparat verweilen und stellt während ihres Verweilens eine Beobachtungsreihe an; aus den so erhaltenen Werten ermittelt man durch Extrapolation den Anfangswert. Häufig verfährt man auch so, daß man die Beobachtung einige Zeit nach Einleitung der Emanation in den Apparat ausführt und dann nach rascher Lüftung des Apparates die durch die Ausstrahlung des radioaktiven Niederschlags verursachte Leitfähigkeit bestimmt. Die der Emanation entsprechende Leitfähigkeit ergibt sich durch Abzug des letztgewonnenen Wertes vom früheren.

Ich selbst konnte mit keinem dieser Verfahren verläßliche Resultate erzielen; meine Kontrolldaten differierten manchmal um 30 bis 40 Proz. Der Grund dieser Abweichungen liegt darin, daß die Leitfähigkeit der Luft unmittelbar nach Eintritt der Emanation in den Apparat sehr stark wächst, dagegen der Zerfall des

1) Ion; Congrès international de Radiologie d'électricité. Tome I, p. 684.

radioaktiven Niederschlags besonders im Anfang sehr stürmisch ist. Die Änderung der in diesem Apparat durch die Radiumemanation verursachten Leitfähigkeit der Luft wird durch folgende Tabelle illustriert, welche ich den, von Fräulein Dr. Irene Götz[1]) in unserem Institute durchgeführten Arbeiten entnehme.

Die erste Rubrik der Tabelle gibt an, wieviel Minuten seit Eintritt der Emanation in den Apparat bis zur betreffenden Ablesung verflossen sind; in der zweiten Rubrik ist die Leitfähigkeit der Luft in Prozenten der ursprünglichen dargestellt:

I	II	I	II
0 Minuten	100	40 Minuten	200,1
1 „	115,6	50 „	207,8
2 „	128,8	70 „	220,9
3 „	139,2	90 „	230,6
5 „	154,2	110 „	237,1
10 „	172,5	130 „	241,2
15 „	180,0	150 „	243,7
20 „	184,5	170 „	245,0
30 „	192,2	180 „	245,4

Wie aus der Tabelle ersichtlich, wächst die Leitfähigkeit im Anfang rapid, gegen Ende der dritten Stunde jedoch steigt dieselbe so langsam, daß man sie unter gewöhnlichen Umständen kaum wahrnimmt.

Bei unseren Messungen werden wir daher am richtigsten so verfahren, daß wir die Leitfähigkeit der Luft gegen Ende der dritten Stunde als Mittel aus vier bis fünf Ablesungen bestimmen und dieses Mittel durch 2,454 dividieren. Dies ergibt die durch die Emanation hervorgebrachte Leitfähigkeit.

Die Dichtung dieses Apparates ist eine so vollkommene, daß man eine Diffusion der Emanation während dieser Zeit nicht zu befürchten braucht. Ein Vorteil dieses Verfahrens ist noch, daß sich Ablesungsfehler auf den 2,5ten Teil reduzieren.

Das Verfahren, auch die Veränderung der Leitfähigkeit zu verfolgen, hat den Vorteil, daß man dadurch gleichzeitig konstatieren kann, welcher Stoff die Leitfähigkeit der Luft hervorruft. Bei Radiumemanation wächst nämlich die Leitfähigkeit der Luft sofort rasch, während wir bei der Thoriumemanation in den ersten Minuten eine rapide Abnahme derselben beobachten und tritt deren Zunahme erst nach einiger Zeit ein. Ich habe jedoch diese Erscheinung mehrmals auch dann wahrgenommen, wenn ich mit reiner Radiumemanation arbeitete, wahrscheinlich, weil nach rascher Einleitung der feuchten Luft trotz Anwendung von Chlorkalzium sich auf dem Bernstein Feuchtigkeit niederschlug, welche später langsam verschwand. Die aus dieser Erscheinung gezogene Folgerung kann daher auch eine unrichtige sein und halte ich daher zur Identifizierung des radioaktiven Stoffes die Bestimmung der Zerfallsgeschwindigkeit des radioaktiven Niederschlags für sicherer.

Die eine Radiumemanation enthaltenden Mineralwässer haben gewöhnlich eine höhere Temperatur und sind die Quellen häufig schwer zugänglich; beim Schöpfen geht, wenn nicht mit gehöriger Vorsicht verfahren wird, ein beträchtlicher Teil des Emanationsgehaltes verloren. Ich erhielt häufig unrichtige Resultate, deren Ursache in dem unrichtigen Schöpfen lag. Diese Fehlerquelle ist jedoch leicht auszuschließen, wenn wir das Wasser in ein evakuiertes Gefäß pumpen.

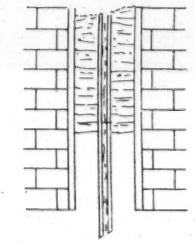
Der Behälter wird je nach der Temperatur des Wassers und der Lage der Quelle auf 50 bis 70 Zentimeter evakuiert; sodann, nachdem wir den auf der Spitze angebrachten Hahn mit einer Glasröhre von entsprechender Länge verbunden haben und diese in die Tiefe der Quelle tauchen, führen wir das Wasser durch Öffnen des Hahns in das evakuierte Gefäß über. Durch dieses Verfahren gelang es, 60° heißes Wasser aus Quellen zu schöpfen, deren Wasserspiegel sich ungefähr 5 Meter unter der Erdoberfläche befand, indem ich das Hahnrohr mit drei je 2 Meter langen Glasröhren verband, deren Ende ich in die Quelle hinunterließ, während ich den Behälter in der Höhe der Erdoberfläche hielt. In diesem Falle mußte ich jedoch, da sich auch in den Glasröhren eine beträchtliche Menge Luft befand und auch die Temperatur des Wassers eine hohe war, die in den Röhren befindliche Luft durch ein dazwischen geschaltetes, mit einem Hahn versehenen T-Rohr besonders auspumpen. Auf diese Weise vermögen wir auch aus artesischen Brunnen und aus beliebiger Tiefe Wasser zu sammeln, ohne daß von den darin befindlichen Gasen etwas verloren geht.

In letzterer Zeit benutze ich zum Schöpfen des Wassers einen aus Messingblech gefertigten Behälter von ungefähr 4 Liter Inhalt. Dieser ist nicht zerbrechlich und kann in dem Transportkasten des Apparats leicht untergebracht werden. Die Form des Behälters und seine Anwendung zeigt Fig. 3, wo aus Zeichnung A die Schöpfungsweise des Wassers ersichtlich ist. Das Gefäß ist selbstverständlich undurchsichtig, die Messung der Menge des darin befindlichen Wassers soll durch Zeichnung C der Fig. 3 veranschaulicht werden. Es wird nämlich zu dem Gefäße eine mit Hahn und Zentimeterteilung versehene Pipette verfertigt, an welcher ein Messingring befestigt ist. Schrauben wir den oberen Hahn des Ge-

1) Inaugural-Dissertation aus dem II. Chemischen Institut der Kgl. Ungar. Universität.

fäßes ab und lassen an dessen Stelle die Pipette in das Gefäß, so wird infolge des am Halse der Pipette befestigten Messingrings diese immer gleich tief in das Gefäß eintauchen.

Der Stand des Wassers in der Pipette wird sich nach dem Wasserniveau im Behälter richten, so daß wir nach Abschluß des Hahnes mittels



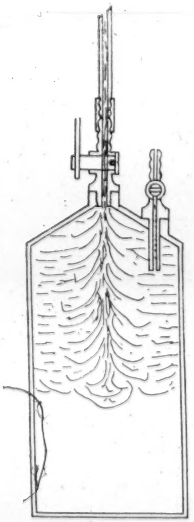


Fig. 3a.

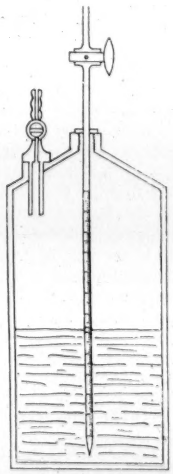


Fig. 3c.

der dem Gefäß entnommenen Pipette die in dem Gefäß enthaltene Wassermenge konstatieren können.

Infolge der Kapillarität wird zwar das Wasser in der Pipette höher stehen als in dem Gefäße, da jedoch das Kalibrieren des Gefäßes in der Weise geschieht, daß man in das Gefäß immer nur eine kleinere bekannte Wasserquantität gießt und dann jedesmal beobachtet, bis zu welchem Teilstrich das Wasser in der Pipette steigt, verursacht dies keinen Fehler. Natürlicherweise müssen wir beim Messen darauf achten, daß das Gefäß immer auf einer wagerechten Unterlage steht. Außerdem ist zu beachten, daß wenn wir mit wärmerem Wasser arbeiten, den Wasserstand der Pipette möglichst rasch ablesen, eventuell vorher eine Probeablesung vornehmen, sodann, die Pipette wieder in das Wasser senkend, den Hahn öffnen und wieder schließen und hierauf, bevor noch die Abkühlung der Luft wahrnehmbar wird, rasch ablesen.

Zur Bestimmung von in Lösung enthaltener Emanation sind zweierlei Verfahren gebräuchlich: das eine, daß man die gasförmige Emanation aus der Lösung auskocht und so in den Zylinder des Meßgefäßes überleitet; das andere, daß man durch Schütteln die Emanation zwischen der Lösung und der darüber befindlichen Luft gleichmäßig verteilt, worauf man die über der Lösung befindliche Luft in den Meßzylinder überführt und den gesamten Emanationsgehalt auf Grund seines Absorptionskoeffizienten berechnet.

Im Falle wir mit gehöriger Umsicht vorgehen, ist entschieden das erstere Verfahren das sicherste. Der vorher beschriebene Messingbehälter ist auch für dieses Verfahren geeignet, doch halte ich, besonders wenn man, wie dies am häufigsten vorkommt, nicht im Laboratorium arbeitet, das letztere Verfahren für bequemer und man vermag damit, wie die später angeführten Daten zeigen, ziemlich gut übereinstimmende Resultate zu erzielen.

Bei dem letzteren Verfahren bedient man sich am häufigsten, wenn man einen besonderen Behälter und einen besonderen Meßzylinder verwendet, zur Überführung der Luft des sogen. Zirkulationsverfahrens. Dieses Verfahren halte ich, einesteils weil während der Zeit der Zirkulation der radioaktive Niederschlag an allen Teilen des Apparates erfolgt, hauptsächlich aber, weil man die Quantität der in dem Gebläse zurückbleibenden Luft nicht genau kennt, für nicht ganz verläßlich.

Ich bringe die, die Emanation in dem Behälter enthaltende Luft auf die Weise in den Meßzylinder, daß ich letzteren auf 60—65 cm evakuiere, sodann dessen Hahn mittels eines Kautschukschlauches und Dazwischenschaltung eines kleineren Chlorkalziumsrohres mit dem oberen Hahne des Behälters verbinde (Fig. 3b) und indem ich hierauf nacheinander den Hahn des Meßzylinders, sowie den oberen und Seitenhahn des Behälters öffne. Auf diese Weise wird, da der Inhalt des Meßzylinders ungefähr 8 Liter beträgt, die in dem zu dreiviertel mit Wasser gefüllten Behälter von 4 Liter Inhalt

Fig. 3 b.

enthaltene Luft (beiläufig ein Liter) nicht nur hinübergesaugt, sondern kann auch noch mit überschüssiger Luft nachgespült werden.

Durch dieses Verfahren habe ich aus dem Behälter die gesamte Luft in den Meßzylinder übergeführt; infolgedessen berechne ich nach Beendigung der Messung den Potentialabfall, welchen die in der Lösung enthaltene gesamte Emanation pro Minute verursacht hätte, nach folgender Formel:

Wenn V = Potentialabfall pro Minute, verursacht von der in den Meßzylinder gelangten Emanation;
W = Quantität des in dem Behälter befindlichen Wassers in Litern;
l = Quantität der in dem Behälter befindlichen Luft in Litern;
α = Absorptionskoeffizient der Emanation

bedeutet, dann ist der in der gesamten Lösung durch Emanation verursachte Potentialabfall pro Minute

$$= \frac{V(l + W\alpha)}{l}$$

und der Potentialabfall, welcher der in einem Liter Lösung enthalten gewesenen Emanation entspricht:

$$V' = \frac{V(l + W\alpha)}{lW}.$$

Die auf diese Weise erhaltenen Resultate will ich durch folgende zwei Beispiele illustrieren.

I. Untersuchung eines Mineralwassers von 40° C.

1. $W = 3{,}7$ Liter
$l = 1{,}525$ „
$\alpha = 0{,}16$
$V = 57{,}04$ Volt

(am Ende der dritt. Stunde nach Einleitung d. Emanation in den Apparat),

hieraus $V_1 = \frac{V(l + \alpha W)}{lW} = 21{,}443$

$$V_0 = \frac{V_1}{2{,}45} = 8{,}75$$

$6{,}3\, i \times 10^3$ (Mache-Einheit) $= 1{,}45$ mg Ra sec.

2. $W = 3{,}5$ Liter
$l = 1{,}725$ „
$\alpha = 1{,}16$
$V = 56{,}60$ Volt.

$$V_1 = \frac{V(l + \alpha W)}{lW} = 21{,}42$$

$$V_0 = \frac{V_1}{2{,}45} = 8{,}73,$$

$6{,}26\, i \times 10^3 = 1{,}44$ mg Ra sec.

Diese beiden Kontrollversuche wurden an zwei aufeinanderfolgenden Tagen mit demselben Apparat ausgeführt. Kapazität des Apparates 12,9 cm; $\frac{\text{Innenfläche}}{\text{Inhalt}}$ des Zylinders $= 0{,}319$.

II. Untersuchung eines Mineralwassers von 21° C.

1. $W = 3{,}45$ Liter
$l = 1{,}182$ „
$\alpha = 0{,}265$
$V = 5{,}67$ Volt

$$V_1 = \frac{V(l + \alpha W)}{lW} = 2{,}758$$

$$V_0 = \frac{V_1}{2{,}45} = 1{,}226,$$

$0{,}807\, i \times 10^3 = 0{,}186$ mg Ra sec.

2. $W = 3{,}82$ Liter
$l = 0{,}812$ „
$\alpha = 0{,}265$
$V = 4{,}754$ Volt

$$V_1 = \frac{V(l + \alpha W)}{lW} = 2{,}796$$

$V_0 = 1{,}141 = 0{,}7855\, i \times 10^3 = 0{,}184$ mg Ra sec.

Die beiden Kontrollversuche wurden gleichzeitig in zwei verschiedenen Apparaten ausgeführt. Kapazität des einen 12,9 cm, des anderen 12,39 cm. Bei beiden Apparaten $\frac{\text{Innenfläche}}{\text{Inhalt}}$ des Zylinders 0,319.

Die Evakuierung des Apparates kann im Laboratorium mittels einer Wasserpumpe geschehen, wenn das Wasser der Wasserleitung keine Emanation enthält; übrigens ist der Transportkasten des Apparats so eingerichtet, daß darin auch seine mit Manometer versehene

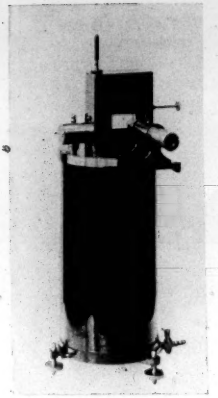


Fig. 4.

Handluftpumpe untergebracht werden kann, mittels welcher man überall den Apparat bequem evakuieren kann. Ich muß noch bemerken, daß ich bei Beobachtung des Potentialabfalles viel genauere Daten erziele, wenn ich die Zeit beobachte, während welcher das Elektroskopblättchen je nach der Größe der Radioaktivität den 10—20—40ten Teilstrich passiert, als wenn ich umgekehrt die Bewegung des Blättchens während einer bestimmten Zeit ablese.

Zur Zeitmessung benutze ich eine einfache Sekunden-Taschenuhr mit feststellbarem Sekundenzeiger (Chronograph).

Da bei Messungen von Radioaktivität am häufigsten diejenigen vorkommen, bei welchen nur der Emanationsgehalt von Lösungen oder Gasen zu bestimmen ist, habe ich auch einen Apparat zusammengestellt, welcher ausschließlich diesem Zwecke dient. Die Einrichtung dieses Apparates (Fig. 4 u. 5) ist genau dieselbe, wie sie Fig. 2 zeigt, nur der Meßzylinder ist etwas kleiner und nicht zerlegbar, d. h. das Elektroskopgehäuse ist mit dem Zylinder zusammengebaut, das Mikroskop ist nicht beweglich, sondern auf dem entsprechenden Platz montiert, die Trocknung des Bernsteins auf der unteren Fläche entfällt und um den Apparat billiger herstellen zu können, besitzt er auch keine Libelle. Die wagerechte Einstellung dieses Apparates geschieht mittels einer im Laboratorium meistens vorhandenen, auch zu anderen Zwecken brauchbaren Libelle. Da der Zylinder nicht zerlegbar ist, muß derselbe mittels der Luftpumpe gelüftet werden und da auch die innere Vorrichtung zum Trocknen des Bernsteins fehlt, müssen

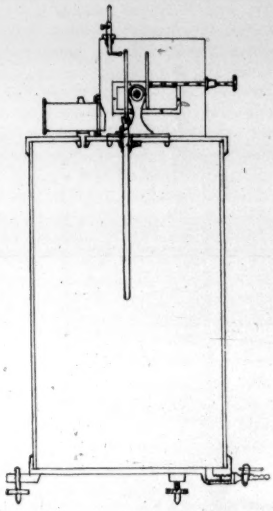


Fig. 5.

die eingeleiteten Gase etwas sorgfältiger getrocknet werden, als bei dem vorher beschriebenen Apparate, dessen Behandlung übrigens die gleiche ist wie bei diesem.

(Eingegangen 2. Januar 1912.)

Zur statistischen Elektronentheorie der Dielektrika.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Jan Kroò.

Die im folgenden entwickelte statistische Mechanik der Elektronen verfolgt gewisse molekulartheoretische Zwecke im Gebiete der Elektronentheorie der Dielektrika und Magnetika und hat vor allem die Aufgabe, eine Verteilungsfunktion für die Elektronen zu liefern. Was die Details und namentlich Anwendungen auf das Gebiet des Magnetismus betrifft, verweise ich auf meine ausführliche Arbeit, welche an anderer Stelle erscheinen wird. An dieser Stelle möchte ich — veranlaßt durch eine Publikation des Herrn Debye[1]) — nur kurz angeben, wie ich die Verteilungsfunktion gewinne, wie sich aus ihr die Lorentzsche Formel für die Dielektrizitätskonstante

1) P. Debye, Einige Resultate einer kinetischen Theorie der Isolatoren, diese Zeitschr. **12**, 97, 1912.

und unter Hinzunahme einer gewissen Hypothese — wie sie auch Herr Debye macht — die lineare Abhängigkeit von der Temperatur ergibt für den Clausius-Mosottischen Bruch mal Temperatur, ein Gesetz, welches auch in der Form der Konstanten mit der von Herrn Debye angegebenen Formel übereinstimmt[1]).

§ 1. Die Energiefunktion.

Den zu untersuchenden Körper denken wir uns, konform mit den Vorstellungen der Elektronentheorie, aus Elektronen bestehend, und wollen nur Polarisations- und Magnetisierungselektronen zulassen. Ist die Bewegung dieses Elektronensystems stationär, so wird der Zustand des Körpers — „makroskopisch" betrachtet — statisch. Wir fragen zunächst einmal nach den Bewegungsgleichungen unseres Elektronensystems.

Ist $\mathfrak{f}_a^{\varkappa}$ die äußere elektromagnetische Kraft, $\mathfrak{f}_i^{\varkappa}$ die innere elektromagnetische Kraft, und schließlich $\mathfrak{f}^{\varkappa}$ die mechanische Trägheitskraft, bezogen auf das $\varkappa$te Elektron, so lauten die Bewegungsgleichungen folgendermaßen[2]):

$$\left.\begin{aligned} \int d v \varrho \,(\mathfrak{f}_a^{\varkappa} + \mathfrak{f}_i^{\varkappa} + \mathfrak{f}^{\varkappa}) &= 0, \\ \int d v \varrho \,[\mathfrak{r}, \mathfrak{f}_a^{\varkappa} + \mathfrak{f}_i^{\varkappa} + \mathfrak{f}^{\varkappa}] &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Aus diesen Gleichungen folgt

$$\frac{d}{dt}(E + E_m) = 0, \quad (2)$$

wobei E die elektromagnetische, E_m die mechanische Energie bedeutet.

Wir behandeln jetzt die Funktion E.

Führt man die elektromagnetischen Potentiale ein, so ist

$$\left.\begin{aligned} E = \frac{1}{2}\int \varphi \varrho \, d\tau + \frac{1}{2}\int \mathfrak{a}\mathfrak{f} d\tau - \\ - \frac{1}{8\pi c^2}\int (\dot{\varphi}^2 + \dot{\mathfrak{a}}\dot{\mathfrak{a}} - \varphi\ddot{\varphi} - \dot{\mathfrak{a}}\ddot{\mathfrak{a}})\, d\tau, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

wobei die Integrale mikroskopisch auszudehnen sind. Zerlegen wir nun an Stelle jedes Elektrons φ und $\mathfrak{a}$ in den äußeren und inneren Anteil:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \varphi_a + \varphi_i, \\ \mathfrak{a} &= \mathfrak{a}_a + \mathfrak{a}_i, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

und berücksichtigen wir, daß die Energie des $\varkappa$ten Elektrons gleich ist:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{\varkappa} = \frac{1}{2}\int \varphi_i \varrho \, d\tau + \frac{1}{2}\int \mathfrak{a}_i \mathfrak{f} \, d\tau - \\ - \frac{1}{8\pi c^2}\int (\dot{\varphi}_i^2 + \dot{\mathfrak{a}}_i\dot{\mathfrak{a}}_i - \varphi_i\ddot{\varphi}_i - \dot{\mathfrak{a}}_i^2) d\tau, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

so folgt nach (3), (4) und (5)

$$\left.\begin{aligned} E = \sum_{\varkappa}\varepsilon_{\varkappa} + \frac{1}{2}\int \varphi_a \varrho \, d\tau + \frac{1}{2}\int \mathfrak{a}_a \mathfrak{f} \, d\tau + \\ + \frac{1}{8\pi c^2}\sum_{\varkappa}\int (\dot{\varphi}_i^2 + \dot{\mathfrak{a}}_i\mathfrak{a}_i - \cdots)\, d\tau - \\ - \frac{1}{8\pi c^2}\int (\dot{\varphi}^2 + \dot{\mathfrak{a}}\mathfrak{a} - \cdots)\, d\tau. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Die beiden letzten Glieder rechts in (6) bestehen zusammengefaßt aus Integralen der Form

$$\int \frac{\sum_{\varkappa}\dot{\varphi}_i^2 - \dot{\varphi}^2}{8\pi c^2}\, d\tau, \qquad \int \frac{\sum_{\varkappa}\dot{\mathfrak{a}}_i\mathfrak{a}_i - \dot{\mathfrak{a}}\mathfrak{a}}{8\pi c^2}\, d\tau, \quad (7)$$

die über den ganzen Raum zu erstrecken sind.

Es ist ferner

$$\left.\begin{aligned} \sum_{\varkappa}\mathfrak{a}_i &= \mathfrak{a}. \\ \sum_{\varkappa}\varphi_i &= \varphi. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Den Integranden des ersten Integrales in (7) können wir also ansetzen in der Form

$$\frac{1}{8\pi c^2}\sum_{\varkappa}(\dot{\varphi}_i^2 - \dot{\varphi}\,\dot{\varphi}_i) = \frac{1}{8\pi c^2}\sum_{\varkappa}\dot{\varphi}_i \Delta\dot{\varphi}_i, \quad (9)$$

wenn:

$$\Delta\varphi_i = \dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}, \quad (10)$$

wobei nach (10) und (8)

$$\sum_{\varkappa}\Delta\varphi_i = 0. \quad (11)$$

Denken wir uns jetzt, der Bequemlichkeit halber, im ersten Integral (7) den Grenzübergang noch nicht ausgeführt, und betrachten wir die bezügliche Summe

$$\frac{1}{8\pi c^2}\sum_{\varkappa}\sum\dot{\varphi}_i\Delta\dot{\varphi}_i,$$

indem wir Glieder mit gleichem Δ zusammenfassen:

$$\frac{1}{8\pi c^2}\sum\Delta\dot{\varphi}_i\sum\dot{\varphi}_i. \quad (12)$$

Im stationären Zustande ist

$$\dot{\Phi} = \sum_{\varkappa}\sum\dot{\varphi}_i = 0.$$

Wegen (11) gilt auch

$$\sum_{\varkappa}\sum\Delta\dot{\varphi}_i = 0.$$

Es liegt nun recht nahe, anzunehmen, daß die Partialsummen

$$\sum\dot{\varphi}_i$$

in (12), welche ja enorm viel an verschiedenen Raumpunkten gebildete Glieder enthalten — der

1) Ich möchte bemerken, daß ich zu diesem Gesetze unabhängig von Herrn Debye gekommen bin.

2) Vgl. Abraham, Theorie der Strahlung (Leipzig 1908), S. 129. Würden die Elektronen mit mechanischer Masse nicht behaftet sein, so würde in (1) $\mathfrak{f}$ zu streichen sein. In der Bezeichnung schließe ich mich im folgenden den Bezeichnungen des Abrahamschen Buches an.

Ungeordnetheit halber —, bereits nicht merklich von

$$\Sigma\Sigma\dot{\varphi}_i,$$

also, stationären Bewegungszustand vorausgesetzt, von o abweichen. Dasselbe gilt von

$$\Sigma\Lambda\dot{\varphi}_i.$$

Es ist also (12) — welches übrigens sogar den Faktor $\frac{1}{c^2}$ trägt — (und ähnlich die anderen Integrale der Form (7)) — jedenfalls gegen die anderen Glieder zu vernachlässigen. Damit erhalten wir

$$E = \sum_\varkappa \varepsilon_\varkappa + \frac{1}{2}\int \varphi_a \varrho \, d\tau + \frac{1}{2}\int \mathfrak{a}_a \mathfrak{k} \, d\tau .$$

Ein zweiter ähnlicher Schritt liefert

$$E = \sum_\varkappa \varepsilon_\varkappa + \frac{1}{2}\int \varphi_a \varrho \, d\tau + \frac{1}{2}\int \mathfrak{a}_a \mathfrak{k} \, d\tau \text{ [1]}. \quad (13)$$

Es ist nun, da wir Leitungselektronen ausgeschlossen haben, für den stationären Zustand (makroskopisch: statischen)

$$\left.\begin{aligned} \varrho &= -\operatorname{div}\mathfrak{P}, \\ \mathfrak{k} &= \operatorname{curl}\mathfrak{M}\ ^2), \end{aligned}\right| \quad (14)$$

Unter Berücksichtigung von (14) geht (13) nach einer partiellen Integration über in

$$E = \sum_\varkappa \varepsilon_\varkappa + \frac{1}{2}\int \mathfrak{P}\,\operatorname{grad}\varphi_a + \frac{1}{2}\int \mathfrak{M}\,\overline{\operatorname{curl}\mathfrak{a}_a}\, d\tau,$$

und schließlich, da

$$-\operatorname{grad}\varphi_a = \overline{\mathfrak{e}_a} = \mathfrak{E} + \frac{4\pi}{3}\mathfrak{P},$$

$$\operatorname{curl}\mathfrak{a}_a = \overline{\mathfrak{h}_a} = \mathfrak{H} + \frac{4\pi}{3}\mathfrak{M}:$$

$$\left.\begin{aligned} E = \sum_\varkappa \varepsilon_\varkappa - \frac{1}{2}\int \mathfrak{P}\left(\mathfrak{E} + \frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}\right) + \\ + \frac{1}{2}\int \mathfrak{M}\left(\mathfrak{H} + \frac{4\pi}{3}\mathfrak{M}\right) d\tau . \end{aligned}\right| \quad (15)$$

Die gesamte Energie setzt sich nach (2) aus (15) und der mechanischen Energie E_m zusammen.

Die Formel (15) gilt für stationären Bewegungszustand des Elektronensystems (makroskopisch: statischen Zustand); sie wird aber auch bestehen, falls die Bewegung des Elektronenhaufens den Bereich der quasistationären Bewegung nicht verläßt.

§ 2. Hineinspielen der statistisch-mechanischen Prinzipien.

Um die Anwendung der statistisch-mechanischen Prinzipien nachzuweisen, greifen wir auf die Bewegungsgleichungen (1) zurück. Dieselben lassen sich bekanntlich — quasistationäre Bewegung jedes einzelnen Elektrons vorausgesetzt [1]) — in die Form der Lagrangeschen Gleichungen bringen. Ist außerdem für jedes Elektron

$$\beta^2 = \left|\frac{\mathfrak{v}}{c}\right|^2$$

so klein gegen 1, daß man in der Entwicklung der magnetischen Energie nach Potenzen der Geschwindigkeiten Glieder dritter und höherer Ordnung weglassen darf, so läßt sich ohne weiteres für unser Elektronensystem die folgende Form der Bewegungsgleichungen erzielen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dp_i^\varkappa}{dt} &= Q_i^\varkappa - \frac{\partial \varepsilon_\varkappa}{\partial q_i}, \quad i = 1, 2, \ldots, \mu, \\ \frac{dq_i^\varkappa}{dt} &= + \frac{\partial \varepsilon_\varkappa}{\partial p_i}, \quad \varkappa = 1, 2, \ldots, \nu. \end{aligned}\right| \quad (16)$$

Hierbei bedeutet

$$\varepsilon_\varkappa = \varepsilon_\varkappa (q_1^\varkappa \ldots p_\mu^\varkappa)$$

die innere mechanisch-elektromagnetische Energie; $q_1^\varkappa, \ldots$ sind verallgemeinerte Koordinaten, $p_1^\varkappa, \ldots$ Impulse, $Q_1^\varkappa, \ldots$ Kraftkoordinaten der äußeren Kraft bezüglich des $\varkappa$ten Elektrons. Es ist ferner, quasistationäre Bewegung des Elektronensystems vorausgesetzt,

$$Q_i^\varkappa = Q_i^\varkappa (q_1^1, \ldots, p_\mu^\nu),$$

wobei

$$\sum_\varkappa \frac{\partial Q_1^\varkappa}{\partial p_1} + \cdots + \frac{\partial Q_\mu^\varkappa}{\partial p_\mu^\varkappa} = 0$$

identisch in den q und p, eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß (16) die Integralinvariante

$$\int \ldots \int dq_1^1 \ldots dp_\mu^\nu$$

zuläßt und zugleich ein vollständiger Ersatz für die kanonische Form der Differentialgleichungen [2]).

Damit ist also, da nach (2) auch das Energieprinzip besteht, die Anwendbarkeit der Prinzipien der statistischen Mechanik dargetan.

Um nun die Verteilungsfunktion

$$f = f(q_1, \ldots, p\mu)$$

zu berechnen, schreiben wir im $2\mu \cdot n$-dimensionalen Phasenraume der q, p ein kanonisches Gibbssches Ensemble vor und fragen nach der Anzahl z solcher Systeme unter den Systemen

1) Das Integral (13) ist makroskopisch auszudehnen, d. h. über physikalisch unendlich kleine Volumelemente. Die zweimal gestrichenen Größen bedeuten Mittelwerte für diejenigen Raumpunkte, in welchen sich Elektronen befinden.

2) Vgl. Abraham, l. c., Formel (165) und (165a).

1) D. h., wenn wir berechtigt sind, das vom Elektron erregte Feld so zu bestimmen, als ob es der jeweiligen Geschwindigkeit entspräche.

2) Die Bewegungsgleichungen der Systeme, welche man gewöhnlich in der statistischen Mechanik betrachtet, tragen die Form der kanonischen Gleichungen. Das ist aber unwesentlich; dagegen ist das Bestehen der Volumintegralinvariante wesentlich, und es ist dies die einzige Eigenschaft der kanonischen Gleichungen, die in der statistischen Mechanik benutzt wird.

des Ensemble, in welchen die herrschende Verteilungsfunktion mit einer vorgegebenen f identisch ist. Diese Anzahl läßt sich leicht berechnen, und ist einer Exponentialfunktion gleich, multipliziert mit einem Faktor. Der weitere Verlauf der Rechnungen geht ungefähr folgendermaßen.

Die exponentielle Funktion bringt es mit sich, daß in der Zeitgesamtheit (als die wir das kanonische Ensemble deuten dürfen) sich — sozusagen — nur diejenigen Phasen bemerkbar machen werden, für welche ζ ein Maximum bei gewissen Nebenbedingungen ist. Dieses Prinzip[1]) ergibt, wenn man (15) benutzt:

$$f = \nu \frac{e^{-\frac{\varepsilon}{T}+\frac{1}{T}\mathfrak{p}\left(\mathfrak{E}+\frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}\right)-\frac{1}{T}\mathfrak{m}\left(\mathfrak{H}+\frac{4\pi}{3}\mathfrak{M}\right)}}{\int\int e^{-\frac{\varepsilon}{T}+\frac{1}{T}\mathfrak{p}\left(\mathfrak{E}+\frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}\right)-\frac{1}{T}\mathfrak{m}\left(\mathfrak{H}+\frac{4\pi}{3}\mathfrak{M}\right)} dq\, dp} \qquad (17)$$

Es bedeutet dabei $\frac{T}{k}$ (k = die universelle Planck'sche Konstante) die absolute Temperatur, ν die Dichte der Elektronen an der betrachteten Stelle, ε die innere Energie eines Elektrons, $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{p}$ bzw. das molekulare magnetische und elektrische Moment.

Für mehrere Arten von Elektronen ergibt sich

$$f_i = \nu_i \frac{e^{-\frac{\varepsilon_i}{T}+\frac{1}{T}\mathfrak{p}_i\left(\mathfrak{E}+\frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}\right)-\frac{1}{T}\mathfrak{m}_i\left(\mathfrak{H}+\frac{4\pi}{3}\mathfrak{M}\right)}}{\int\int e^{-\cdots} dq\, dp}, \qquad (18)$$

wobei die mit dem Index i versehenen Größen sich auf die Elektronen $i$ter Art beziehen.

§ 3. Lorentzsche Formel.

Wir wollen die Anwendung auf Berechnung der Dielektrizitätskonstante machen.

Nach Definition ist in der elementaren Dispersionstheorie

$$\mathfrak{P} = \int\cdots\int \mathfrak{p}(q_1 q_2 q_3) f(qp)\, dq_1 \cdots dp_3, \qquad (19)$$

wenn $\mathfrak{p} = \mathfrak{p}(q_1 q_2 q_3)$ das molekulare Moment bezeichnet (die $q_1 q_2 q_3$ bedeuten die drei Verschiebungen aus der Gleichgewichtslage).

Ferner setzt man:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon(q,p) &= \frac{g}{2}(q_1^2+q_2^2+q_3^2)+ \\ &+ \frac{1}{2m}(p_1^2+p_2^2+p_3^2), \\ \mathfrak{p}_x = eq_1, \quad \mathfrak{p}_y &= eq_2, \quad \mathfrak{p}_z = eq_3. \end{aligned}\right| \qquad (20)$$

Wir schließen Magnetisierungselektronen aus. Ist

$$\mathfrak{E}_x = 0, \quad \mathfrak{E}_y = 0, \quad \mathfrak{E}_z, \qquad (21)$$

so wird wegen Symmetrie

$$\mathfrak{P}_x = 0, \quad \mathfrak{P}_y = 0. \qquad (22)$$

Berücksichtigen wir (19), (17), (20), (21) und (22), so ergibt sich

$$\mathfrak{P}_z = \nu e \frac{\int\int\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{g}{2T}(q_1^2+\ldots)+\frac{e}{T}\left(\mathfrak{E}_z+\frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}_z\right)q_3} q_3 dq_1 dq_2 dq_3}{\int\int\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\cdots} dq_1 dq_2 dq_3},$$

und hieraus

$$\mathfrak{P}_z = \frac{\nu e^2}{g}\left(\mathfrak{E}_z + \frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}_z\right),$$

also für die Dielektrizitätskonstante:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi} + \frac{1}{\frac{g}{\nu e^2} - \frac{4\pi}{3}}.$$

Diese Formel ist mit der Lorentzschen identisch[1]).

§ 4. Eine weitere Anwendung.

Um die Veränderlichkeit der Dielektrizitätskonstante mit der Temperatur zu erklären, denken wir uns im Isolator erstens quasielastisch schwingende Elektronen (Elektronen erster Art) und zweitens Elektronen mit festem molekularen Moment $\mathfrak{p}_0$ (Elektronen zweiter Art).

In unserem Falle ist alsdann

$\mathfrak{P} = \int\cdots\int \mathfrak{p} f_1 dq_1 \cdots dp_3 + \int\cdots\int \mathfrak{p}_0 f_2 dq' dp'$,

wenn wir mit q' p' die Parameter der Elektronen zweiter Art bezeichnen.

Nach (23) ergibt sich ähnlich wie in § 3:

$$\mathfrak{P}_z = \nu_1 \frac{e^2}{g}\left(\mathfrak{E}_z + \frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}_z\right) + \nu_2 \mathfrak{p}_0 \frac{\int_{-1}^{+1} e^{ax} x\, dx}{\int_{-1}^{+1} e^{ax} dx},$$

$$a = \frac{\mathfrak{p}_0}{T}\left(\mathfrak{E}_z + \frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}_z\right),$$

und hieraus in erster Näherung

$$\mathfrak{P}_z = \left(\nu_1 \frac{e^2}{g} + \nu_2 \frac{\mathfrak{p}_0^2}{T}\right)\left(\mathfrak{E}_z + \frac{4\pi}{3}\mathfrak{P}_z\right).$$

Für den Clausius-Mossottischen Bruch folgt also, wenn wir mehrere Sorten von Elektronen annehmen:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3}\sum \frac{\nu_1 e^2}{g} + \frac{4\pi}{3}\cdot\frac{1}{T}\Sigma \nu_2 \mathfrak{p}^2.$$

Diese Formel stimmt mit der Erfahrung gut überein, wenigstens für gewisse Temperaturintervalle[2]).

1) Das Entropieprinzip würde dieselbe Verteilungsfunktion liefern. Näheres hierüber und die Behandlung der Stabilitätsfrage findet man in der ausführlichen Arbeit.

1) Vgl. H. A. Lorentz, The theory of electrons. Teubner 1909.

2) Vgl. vorläufig Debye, l. c.

Göttingen, 6. Februar 1912.

(Eingegangen 10. Februar 1912.)

Einige Vorlesungsversuche aus der Elementarphysik.
(Several Lecture Experiments in Elementary Physics.)

Von D. Albert Kreider.

In der Annahme, daß es für andere Lehrer in diesem Fache von Nutzen sein könnte, habe ich mich entschlossen, die nachstehende Beschreibung einiger Apparate und Versuche in Druck zu geben, die seit einer Reihe von Jahren befriedigende Ergebnisse gezeitigt haben. Diese Beschreibung stellt teilweise das Ergebnis fortgesetzter Bestrebungen dar, die Demonstrationsversuche zu vereinfachen und zu erleichtern, den Schüler wie den Vortragenden in den Stand zu setzen, alle Einzelheiten der Handhabung und des Versuchsergebnisses deutlich zu sehen, und vor allen Dingen, soweit dies möglich, dem Schüler die persönliche Beobachtung aller zahlenmäßigen Ablesungen zu gewährleisten.

I.

Ein Element für Projektionszwecke.

Bei dem Element für Projektionszwecke und seiner Ausrüstung, wie sie in Fig. 1 veranschaulicht werden, genügen einige wenige Minuten, um das Wesen der Konstruktion, die chemische Wirkung und die Spannung von Elementen verschiedener Typen, sowie sämtliche Methoden der Depolarisation zu zeigen. Die abgebildete Zelle war ursprünglich von einem käuflichen vier Unzen-Fläschchen (etwa ein Deziliterfläschchen. D. Übers.) von rechteckigem Querschnitt abgeschnitten worden und hat sich als völlig ausreichend erwiesen, so daß ihr Gebrauch seither beibehalten wurde. Eine Flasche vermeidet, wenn sie von offensichtlichen Fehlern frei ist, die Unbequemlichkeiten leckender Tröge und liefert, trotz beträchtlicher Unregelmäßigkeiten in der Glasdicke, Projektionsbilder, die vollkommen deutlich sind. Die poröse Scheidewand zwischen den Räumen A und B des Troges wurde aus einem Trockenschälchen aus unglasiertem Porzellan für chemische Zwecke geschnitten; der Flansch, auf dem die Platte für gewöhnlich ruhte, diente dazu, den Hals der Flasche zur Hälfte abzuschließen. Die Scheidewand wurde mit einem Paraffinkitt an das Glas angekittet, wobei gegen ein übermäßiges Verstopfen der Poren Vorsichtsmaßregeln getroffen wurden. Eine mit einem Hahn versehene Glasröhre, die so lang war, daß sie über den Rand der Projektionslaterne hinausragte, wurde mit dem Hals der Flasche durch einen Gummistopfen verbunden. Der Trog wurde mittels einer am Halse der Flasche angreifenden Klemme in passender Lage festgehalten; die Klemme war an der Seite der Lampe befestigt.

Die Konstruktion, wie sie bei C und D dargestellt ist, liefert eine Auswahl leicht auswechselbarer Elektroden. Die Anode C besteht aus einem Kupferdraht Nr. 12 (etwa $2^3/_4$ mm stark. D. Übers.), der an eine Zinkstange angelötet ist; das Ganze ist zu einem umgekehrten U gebogen und an dem Ende eines etwa 3 mm starken Messingdrahtes befestigt. Eine ähnliche Konstruktion zeigt die Kathode D, bei welcher ein Platinstreifen von $0{,}5 \times 6$ cm die Stelle des Zinks an der Anode vertritt; dieser Streifen ist

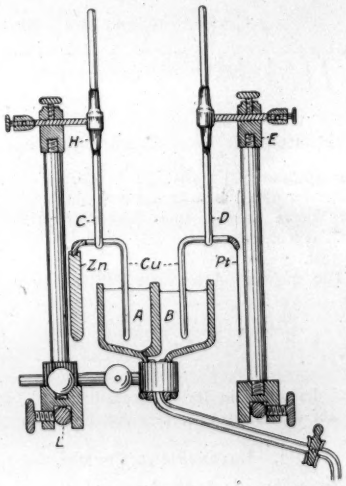


Fig. 1.

genügend steif, um bequem gehandhabt werden zu können. Die Messingstangen dieser Elektroden gleiten in den aufgeschlitzten Messinghülsen H. Diese letzteren sind an dem einen Ende eines Messingstabes befestigt, dessen anderes Ende eine Klemmschraube trägt. Sie werden durch Vermittelung von Eisenstäben und Ebonitisolatoren E von den Schienen L der Lampe getragen.

Wie ersichtlich, braucht man nur einfach C oder D genügend weit anzuheben, daß sie den Trog freigeben, und sie dann um 180° zu drehen, um sofort die Auswechselung jeder der Elektroden ohne irgendwelche Störung der elektrischen Schaltungen zu bewirken.

Mit jedem beliebigen Galvanometer, dessen Angaben seitens des Auditoriums abgelesen werden können, kann man sehr befriedigende

Ergebnisse erhalten. Ursprünglich benutzten wir ein Galvanometer von Max Kohl mit einem veränderlichen Nebenschluß von geringem Widerstand, mittels dessen wir die Größe der Ausschläge bei den verschiedenen Elementen auf passende Grenzen einstellen konnten, ohne die Stromstärke im Element auf eine Größe herabzusetzen, die für die Entwickelung der Polarisationserscheinungen unvorteilhaft sein würde. Ein zum Galvanometerkreis parallel geschaltetes Voltmeter vervollständigt die Versuchsanordnung, ohne jedoch für sie wesentlich zu sein. Während der letzten zwei Jahre hatten wir den Vorteil, über ein vorzügliches Voltmeter an der Wand zu verfügen; dieses hat eine große beleuchtete Skala, die von der Weston Instrument Company nach unseren eigenen Angaben sauber ausgeführt worden ist. Es ist von allen Teilen des Hörsaales aus leicht abzulesen, und zeigt deutlich die konstante Spannung der Elemente vom Typus der Daniellschen und der Groveschen durch die augenblickliche Rückkehr zur ursprünglichen Einstellung bei offenem Stromkreis, sowie ferner einen ausgeprägten Effekt mechanischer Depolarisation im einfachen Element.

Sind beide Abteilungen des Troges, *A* und *B*, mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt, und benutzt man die beiden Kupferelektroden, so beobachten die Hörer, daß weder ein Strom noch eine Potentialdifferenz vorhanden ist. Wechselt man die Kupferanode gegen die Anode aus amalgamiertem Zink aus, so entsteht eine Spannung von ungefähr 0,8 Volt, und schließt man dann den Galvanometerkreis, so zeigt das Galvanometer einen beträchtlichen Strom an. Die schnelle Abnahme des Ausschlages, im Verein mit der gleichzeitigen Anhäufung von Wasserstoff an der Kathode, die beide für die Hörer sichtbar sind, zeigen deutlich die Ursache und die Wirkung der Polarisation. Öffnet man den Galvanometerkreis, so findet man, daß die Spannung niedriger ist als die ursprüngliche. Schlägt man mit dem Finger gegen die Kathode, so jagt man damit die Gasblasen eilig durch die Flüssigkeit; dieser Vorgang ist von einem erhöhten Ausschlag begleitet, der eine mechanische Depolarisation erkennen läßt. Dieser letztgenannte Effekt ist bei offenem Galvanometerstromkreis am Voltmeter besser wahrnehmbar.

Nachdem man den Inhalt der Abteilung *B* abgelassen hat, füllt man sie von neuem mit einer konzentrierten Kupfersulfatlösung. Das geschieht zweckmäßig mittels einer langhalsigen Flasche. Das auf diese Weise hergestellte Daniell-Element zeigt die Spannung eins, und das Galvanometer gibt eine merklich größere und konstante Stromstärke an. Es erscheint kein Gas, aber die Hörer sehen deutlich eine Veränderung in der Nachbarschaft der Kathode, die sich durch Absorptions- und Brechungseffekte zu erkennen gibt, und die ein Zeichen für die Wirkung ist, für welche sie zuvor eine Erklärung erhalten haben.

Um das Grove-Element als Typus oxydierender Depolarisatoren zu zeigen, zapft man das Kupfersulfat ab und spült mit etwas Wasser nach, was alles für den Beobachter interessant ist. Dann führt man an Stelle der Kupferkathode die Platinkathode ein und gießt etwas konzentrierte Salpetersäure in *B*. Danach wird der Galvanometerausschlag noch größer und bleibt wiederum konstant. Es ist interessant, zu zeigen, daß sowohl beim Daniell- als auch beim Grove-Element das Voltmeter augenblicklich in seine ursprüngliche Stellung zurückkehrt, wenn der Galvanometerkreis geöffnet wird. Wenn die Wirkung beim Grove-Element lange genug anhält, so erscheinen wieder Blasen; aber der Unterschied gegen Wasserstoff ist aus dem Fehlen der gegenelektromotorischen Kraft und aus anwendbaren chemischen Prüfungen ersichtlich.

Eine ähnliche Zelle ohne die poröse Scheidewand, aber mit entsprechenden auswechselbaren Elektroden, deren jede ein Platin-, ein Blei- und ein Kupferende hat, dient zur Veranschaulichung einer Reihe elektrolytischer Wirkungen, darunter des Prinzips des Sammlers. Diese Elektroden lassen sich natürlich statt mit je zwei Enden, mit je vieren herstellen, um für beide Zwecke zu dienen. Es ist aber vorteilhafter, zwei Reihen Elektroden zu haben, die beide zu denselben Haltern *H* passen.

II.

Apparat zum Nachweise des Boyleschen Gesetzes.

Für Vorlesungsdemonstrationen ist der alte „Hirtenstab-Apparat" nicht viel mehr wert als eine Zeichnung an der Wandtafel. Einige Einzelheiten des im folgenden zu beschreibenden Apparates haben sich hier als äußerst brauchbar erwiesen. Die Handhabung ist so einfach und klar, und die Ergebnisse sind so direkt, daß jeder Schüler, selbst wenn er in der entferntesten Ecke des Saales sitzt, imstande ist, selbst die Ablesungen vorzunehmen und das Gesetz zu bestätigen. Die Handhabung erfordert so wenig Zeit, daß man die Anzahl der Versuche vervielfachen und sie über verschiedene Bereiche ausdehnen kann, wodurch dem Hörer ein befriedigenderer Beweis und zugleich eine ausgezeichnete Geistesschulung gewährt wird.

Das Volumenrohr ist ungefähr 25 cm lang von gleichmäßigem, lichtem Durchmesser — etwa 8 mm — und ziemlich dickwandig zum Zwecke der Vergrößerung. Ein Hahn ist an das obere Ende angeschmolzen und läßt sich mit gutem Hahnenfett leicht vollkommen dicht machen. Das untere Ende ist so vorgerichtet, daß es einen starkwandigen Gummidruckschlauch aufnehmen kann. Das Glasrohr ist an einem

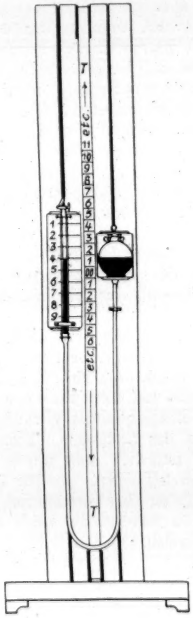


Fig. 2.

Holzblock befestigt, das mit gutem stumpfem Weiß gestrichen ist und mit matten schwarzen Horizontallinien von ungefähr 2 mm Breite und einem engl. Zoll (25,4 mm. D. Übers.) mittlerem Abstand versehen ist. Diese Linien sind mit Ziffern bezeichnet, wie es Fig. 2 zeigt. Bei der Befestigung des Volumenrohres an dem so gestrichenen Block wurde natürlich die Einschnürung am Hahn berücksichtigt, so daß die Teilung gleiche Volumina darstellt. Das Reservoir wurde in einen gleichfalls matt weiß gestrichenen Holzblock eingelegt. Diese beiden Blöcke waren mit Zungen versehen, die in senkrechte Nuten in dem Halter einfaßten, die als Führungen dienten. Die beiden Blöcke mit ihrer Ausrüstung wurden von endlosen Schnüren mit auf der Rückseite hängenden, und daher nicht sichtbaren, eisernen Gegengewichten gehalten. Diese Anordnung gestattet, Drucke, die größer oder kleiner sind als eine Atmosphäre, leicht und sicher einzustellen, und sofern die Schnüre oben nur in glatt gerundeten Nuten laufen, statt in Rollen, wie unten, so erhält man genügend Reibung, um das Reservoir und das Rohr in jeder beliebigen Stellung festzuhalten, ohne daß Klammern notwendig wären. Ein Quetschhahn an dem Verbindungsrohr aus Gummi, der so eingestellt ist, daß er die Schwingungen des Quecksilbers dämpft, erleichtert die Einstellungen.

T ist ein weites endloses Band von einem engl. Zoll lichter Weite, auf den eine Skala in engl. Zoll gemalt ist. Es erwies sich als zweckmäßig, diese Skala nach beiden Richtungen von Null aus zu erstrecken, wie die Figur zeigt. Das Band läuft oben und unten an dem Halter über hölzerne Rollen, durch die es auch mit den Vorderseiten der Blöcke, an denen das Volumenrohr und das Reservoir angebracht sind, bündig gehalten wird.

Eine der Hauptschwierigkeiten besteht bei diesem und ähnlichen Apparaten darin, genügend deutliche Skalen zu schaffen, so daß sie aus der Ferne abgelesen werden können. Die Größe der Ziffern ist innerhalb leicht ersichtlicher Grenzen von verhältnismäßig geringerer Bedeutung als die Schaffung reichlicher Zwischenräume zwischen den Ziffern und zwischen den Teilen der Ziffern. Wo die Ziffern naturgemäß an Größe beschränkt sind, kann man eine sehr brauchbare Skala, die für ein normales Auge in 40 Fuß Entfernung (etwa 12 m. D. Übers.) lesbar ist, aus etwa 2 cm hohen Ziffern mit 3 mm breiten Strichen in mattschwarzer Schrift auf mattweißem Grunde herstellen, vorausgesetzt, daß zwischen allen Teilen der Ziffern, sowie auch zwischen den einzelnen Ziffern mindestens derselbe weiße Zwischenraum von 3 mm übrig bleibt.

Sloane Physical Laboratory, Yale University, 10. August 1911.

(Nach Korrekturbogen von Sill. Journ. gekürzt und aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 1. November 1911.)

Die Asymmetrie des Zeemanschen Tripletts.

Von F. Paschen.

Unter dieser Überschrift veröffentlicht M. Martinez Risco[1]) in dieser Zeitschrift Mes-

1) M. Martinez Risco, diese Zeitschr. **13**, 137, 1912.

sungen über die asymmetrische Aufspaltung der Quecksilberlinie 5790. Da der Verfasser die analogen, mindestens ebenso genauen und über einen weiteren Bereich der magnetischen Felder ausgedehnten Messungen von P. Gmelin[1]) nicht erwähnt und seine Resultate mit denen Gmelins nicht vergleicht, so erlaube ich mir, dies zu tun. Die Verschiebung der Mittellinie des magnetischen Tripletts ist, wie Gmelin zuerst bewiesen hat, und Risco ohne Beweis nur sagt, proportional dem Quadrat der Feldstärke. Es seien dazu als Beweise angeführt: 1. die von Gmelin beobachtete und veröffentlichte Tabelle. Ihr stelle ich 2. gegenüber die Berechnung der von Risco angegebenen Beobachtungen. Man sieht daraus, daß Gmelins Beobachtungen bedeutend schärfer das Quadratgesetz ergeben:

Gmelins Beobachtungen. 1908.

H Gauß	$\Delta\lambda_0$ Å.-E.	$\frac{\Delta\lambda_0}{H^2}\,10^{12}$
9 040	0,0033	40,3
14 450	0,0091	43,6
16 250	0,011	43,3
19 150	0,014	39,3
20 830	0,018	41,8
21 680	0,021	43,9
26 890	0,032	44,5
33 910	0,050	43,1

Im Mittel $\Delta\lambda_0/H^2 = 42{,}2 \times 10^{-12}$ Å.-E./Gauß².

Riscos Beobachtungen. 1911.

Exper.	H	$\Delta\lambda_0$	$\frac{\Delta\lambda_0}{H^2} \times 10^{12}$
1	9 770	0,0050	52,4
2	10 300	0,0053	50,0
3	23 500	0,0210	
4	23 500	0,0230	
5	23 500	0,0220	
6	23 500	0,0210	
Mittel 3—6	23 500	0,02175	39,4
7	28 740	0,0337	40,8
8	29 220	0,0362	42,2
9	29 320	0,0400	46,5
10	30 250	0,0402	44,0
11	29 360	0,0372	43,2

Risco gibt als zusammenfassendes Gesetz an:

$$\Delta\lambda_0/H^2 = 42{,}1 \times 10^{-12}\ \text{Å.-E./Gauß}^2.$$

In der Einleitung sagt Risco: „Aus den ersten Arbeiten[2]), welche dieser Gelehrte (Zeeman) über das Triplett 5791 Å.-E. ausführte, geht hervor, daß die mittlere Komponente desselben eine Verschiebung erleidet, die in Annäherung direkt proportional der Intensität des wirksamen magnetischen Feldes ist. Nach den letzten Untersuchungen[1]) dagegen ändert sich die Verschiebung der mittleren Komponente besagten Tripletts proportional dem Quadrat der Intensität des magnetischen Feldes."

Gegenüber dieser Darstellung muß ich betonen, daß in den zitierten „ersten" Arbeiten Zeemans die wichtige Tatsache nicht erkannt war, daß die Mittellinie sich verschiebt. Diese Tatsache ist zuerst von Gmelin erkannt, vollständig wissenschaftlich erforscht und veröffentlicht (l. c.). Zeeman hatte nur eine Asymmetrie erkannt und darin eine Bestätigung theoretischer Erörterungen von Voigt gesehen. Gmelin fand zuerst, daß es sich nicht um die einfache ältere Voigtsche Dissymmetrie handelte, in der von einer Verschiebung noch keine Rede war, und betonte die Unterschiede der tatsächlichen Erscheinung gegenüber der Voigtschen Dissymmetrie. Die „letzten" Untersuchungen Zeemans, welche Risco nennt, sind späteren Datums als die Veröffentlichung Gmelins und bestätigen dessen Entdeckung. Die Arbeit Riscos bringt eine weitere erfreuliche Bestätigung, aber keinen Fortschritt gegenüber Gmelins Arbeit. Einen Fortschritt hat dagegen Gmelin selber schon gebracht[2]). Er findet nämlich und untersucht genau die merkwürdige Verschiebung, welche der Trabant 5789,88 der gelben Quecksilberlinie 5790,87 im Magnetfeld erleidet. Gmelin erwähnt dabei auch schon meine Auffassung, daß die Verschiebung der magnetischen Mittellinie der Hauptlinie und die entgegengesetzte Verschiebung ihres magnetisch gespalteten Satelliten mit der Verwandtschaft zusammenhängen, welche diese Linien nach den Seriengesetzen haben[3]). Die Hauptlinie ist Grundlinie der I. Nebenserie einfacher Linien und sollte als solche sich in ein normales Triplett aufspalten. Ihre Anomalie betrachte ich als Störung durch den nahen schwingungsverwandten Trabanten.

1) P. Gmelin, diese Zeitschr. **9**, 212, 1908. Nur der Übersetzer der Riscoschen Arbeit fügt das Zitat Gmelins ein.

2) Proc. Amsterdam **10**, 351—359, 1907.

1) Diese Zeitschr. **10**, 217—221, 1909. Hier fügt der Übersetzer das Zitat Gmelins ein: Gmelin, diese Zeitschr. **9**, 212—214, 1908.

2) P. Gmelin, diese Zeitschr. **11**, 1193, 1910.

3) F. Paschen, Ann. d. Phys. **30**, 745, 1909; **37**, 1, 1912.

(Eingegangen 21. Februar 1912.)

Zur Diskussion über die Struktur der γ-Strahlen.

Notiz zu einer Bemerkung des Herrn J. Stark[1]).

Von Edgar Meyer.

Herr Stark diskutiert in der zitierten Bemerkung Versuche von mir, die ich in einer

1) J. Stark, diese Zeitschr. **13**, 161, 1912.

früheren Arbeit[1]) kurz erwähnt, aber noch nicht veröffentlicht habe. Hierzu möchte ich nun bemerken, daß ich die in Rede stehenden Versuche erst in der schon angekündigten Arbeit[2]) ausführlich beschreibe, und in der daran anschließenden Diskussion auch die von Herrn Stark mir gegebene Erklärungsmöglichkeit, unter Nennung seines Namens, bespreche. Da diese Tatsachen Herrn Stark vor der Veröffentlichung seiner Mitteilung (l. c.) bekannt waren, ist mir die Anmerkung auf S. 162 und damit der Zweck seiner Mitteilung unverständlich.

Über die Starksche Erklärungsmöglichkeit sei hier nur so viel gesagt, daß mir dieselbe weder durch Experimente genügend fundiert, noch theoretisch so exakt präzisiert erscheint, als daß sie numerische Schlüsse in bezug auf die zu erwartende Koppelung in meinen Versuchen zu ziehen gestattete. Es ist zugegeben, daß durch diese äußerst spezielle Hypothese des Herrn Stark die Braggsche Theorie vielleicht gehalten werden könnte, jedoch scheint mir diese Deutung gegenüber einer Erklärung durch die numerisch durchgearbeitete Theorie der γ-Strahlen von Herrn Sommerfeld[1]) an Bedeutung zu verlieren. Im übrigen verweise ich auf meine bald in den „Annalen der Physik" erscheinende Arbeit.

1) Edgar Meyer, diese Zeitschr. **13**, 73, 1912.
2) Das Manuskript der (diese Zeitschr. **13**, 78, 1912) angekündigten Arbeit wurde am 27. 12. 1911 an die Redaktion der „Annalen der Physik" abgesandt.

1) A. Sommerfeld, Münchener Akad. d. Wiss. **41**, 1, 1911.

Aachen, Februar 1912.

(Eingegangen 20. Februar 1912.)

BESPRECHUNGEN.

H. W. B. Roozeboom, Die heterogenen Gleichgewichte vom Standpunkte der Phasenlehre. Drittes Heft: Die ternären Gleichgewichte. 1. Teil: Systeme mit nur einer Flüssigkeit ohne Mischkristalle und ohne Dampf, von F. A. Schreinemakers. Deutsch von J. J. B. Deuß. XII u. 312 S. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1911. M. 10.—

Nachdem es H. W. Bakhuis Roozeboom nicht mehr vergönnt war, sein Werk über die heterogenen Gleichgewichte, das Gebiet, dessen so gründliche experimentelle Durcharbeitung zum größten Teil seiner eigenen Tätigkeit und seiner Anregung zu danken ist, zu Ende zu führen, war wohl niemand mehr dazu berufen als sein Schüler und Nachfolger auf dem Lehrstuhl in Leiden.

Das vorliegende dritte Heft umfaßt den ersten Teil der ternären Gleichgewichte, die Systeme mit nur einer flüssigen Phase, ohne Mischkristalle und ohne Gasphasen. Zuerst werden die verschiedenen Methoden der graphischen Veranschaulichung angeführt und vor allem die Darstellung im Gibbsschen Dreiecksdiagramm eingehend besprochen. Diese ist der ganzen folgenden Behandlung zugrunde gelegt, und ihre Vorzüge, die vor allem auf der vollkommenen Symmetrie in bezug auf die drei Komponenten beruhen, treten im ganzen Buch deutlich hervor. Die durch Auftragen der Werte des thermodynamischen Potentials senkrecht zu dem die Zusammensetzung angebenden Dreieck erhaltene ζ-Fläche bildet die Grundlage für die Diskussion der verschiedenen Fälle, die bei der Löslichkeitsbeeinflussung, der Bildung und Spaltung von Hydraten und Doppelsalzen usw. eintreten können. Diese fast ausschließlich sich an das geometrische Bild anschließende Form der Darstellung soll dem Chemiker auch ohne eingehendere mathematische und thermodynamische Kenntnisse das Verständnis der Erscheinungen ermöglichen, stellt aber immerhin an das geometrische Vorstellungsvermögen einige Anforderungen. Im letzten Kapitel ist dann auch eine analytische Behandlung der ζ-Fläche gegeben; vielleicht wäre es zweckmäßiger gewesen, die geometrische und die analytische Behandlung nicht so weit zu trennen, denn bei jedem, der sich mit diesen komplizierteren Gleichgewichten auch nur etwas eingehender beschäftigen will, sollte man doch ein Verständnis einfacher thermodynamischer Rechnungen erwarten.

Bei dem großen Umfang, den die noch von Roozeboom vollendete Behandlung der Systeme aus einem oder zwei Stoffen eingenommen hatte, war zu erwarten, daß das in dem letzten Jahrzehnt namentlich durch die holländische Schule so eingehend bearbeitete Gebiet der ternären Systeme, wenn es mit der gleichen Ausführlichkeit wie die beiden ersten Hefte behandelt würde, Dimensionen annehmen müßte, unter denen die Übersichtlichkeit stark zu leiden hätte. Schreinemakers hat es daher mit Recht vorgezogen, nicht jedes untersuchte System im einzelnen zu besprechen, sondern, von allgemeinen Gesichtspunkten ausgehend, die verschiedenen möglichen Fälle zu behandeln und die experimentell bearbeiteten Fälle dann als Beispiele nur kurz zu erwähnen.

Das Buch ist ganz im Geist Roozebooms weitergeführt. Wir finden dieselbe Gründlichkeit in der Sammlung und Sichtung der Tatsachen wie in den früheren Bänden, wir finden die gleiche Sorgfalt in der Diskussion der möglichen Fälle und wir finden auch die gleiche einseitige Betonung des phasentheoretischen Standpunktes. Alles, was sich auf speziellere Fälle, wie die einfacheren Verhältnisse bei den verdünnten Lösungen bezieht, bleibt unerwähnt, und gerade durch dieses Streben nach möglichster Allgemeinheit ergibt sich dann, daß das ganze Werk einen ausgesprochen deskriptiven Charakter annimmt. Durch diese Art der Behandlung wird freilich eine Geschlossenheit der Darstellung erzielt, die sich sonst schwerlich erreichen ließe, aber andererseits bleibt die Behandlung der einzelnen möglichen Fälle einseitig und wirkt vielfach ermüdend. Doch sind das Bemerkungen, die sich nicht nur auf den vorliegenden Band beziehen, sondern auf alle Darstellungen, die über die Phasentheorie nicht hinausgehen. Wer sich einen gründlichen Einblick in das große von diesem Standpunkt gesammelte

Material verschaffen will, kann keinen besseren Führer finden, als das vorliegende Werk.

Die deutsche Übersetzung liest sich gut, ist aber nicht frei von Hollandismen. V. Rothmund.

A. Wegener, Thermodynamik der Atmosphäre. gr. 8. VIII u. 331 S. mit 143 Abbildungen und 17 Tafeln. Leipzig, Joh. Amb. Barth. 1911. M. 11.—, gebunden M. 12.—

Herrn Wegeners „Thermodynamik" ordnet sich recht glücklich in die vorhandene meteorologische Lehrbuchliteratur ein. Ein Lehrbuch im strengen Sinne ist sie allerdings nicht geworden, sollte sie auch wohl nicht werden. Dem widerstrebt schon die Entstehungsgeschichte des Werkes, wie sie der Verfasser in der Einleitung gibt, und wie sie in der Form der Darstellung deutlich zum Ausdruck kommt. Diese atmet nicht die kühle unpersönliche Objektivität des Lehrbuchtones, sondern zeigt überall das frische Selbstbewußtsein des jüngeren Forschers, der, indem er das bereits Bekannte selbständig durchdacht hat, gleichzeitig auch die Erkenntnis selbst ein gutes Stück gefördert hat. Mag dabei gelegentlich die Straffheit der Disposition etwas leiden und manches noch Hypothetische etwas zu stark in den Vordergrund treten, so wird man das nicht als Nachteil empfinden, vielmehr liegt gerade darin der Reiz des Buches. Von der Erdschwere der Statistik, die, so unentbehrlich sie ist, doch vielfach das Studium der meteorologischen Literatur mühselig macht, löst der Verfasser sein Werk dadurch vollständig los, daß er die Ergebnisse der allgemeinen Meteorologie, wo er sie braucht, einfach übernimmt. Andererseits begnügt er sich auch bei rein mathematisch-physikalischen Überlegungen mit der Angabe der Resultate, sofern eine strengere Durchführung eine über die Elemente hinausgehende Vertrautheit mit den mathematischen Methoden erfordern würde. So gelingt es denn in der Tat, das meteorologische Geschehen einheitlich der Thermodynamik als leitendem Gesichtspunkte unterzuordnen. Da sich das Buch nicht nur an eigentliche Fachleute, sondern auch an andere meteorologische Interessenten, z. B. Luftfahrer, richtet, so wäre es vielleicht angebracht, gewisse wichtige Fragen — ich will als Beispiel nur die der Kondensationskerne erwähnen — etwas ausführlicher zu behandeln; auch wäre es aus dem gleichen Grunde zu empfehlen, mit der Einführung der wissenschaftlichen Fachausdrücke etwas behutsamer vorzugehen; es wäre das nach der Meinung des Referenten möglich, ohne daß die Unmittelbarkeit des Buches darunter litte.

Im einzelnen gliedert sich der Inhalt folgendermaßen: Der einleitende Abschnitt enthält nach vergleichenden Bemerkungen über die Atmosphäre der verschiedenen Planeten die Darlegung und Begründung unserer Anschauung von der Schichtung der Atmosphäre in ihren großen allgemeinen Zügen, und ferner Angaben über die Zusammensetzung der Luft an der Erdoberfläche. Im 2. Abschnitt folgen die idealen Gasgesetze, die Ableitung der Druckabnahme mit der Höhe unter den einfachsten Voraussetzungen, die wirklich angewandten barometrischen Höhenformeln und endlich die aus den Gasgesetzen folgenden Schlüsse über die mit der Höhe wechselnde Zusammensetzung der atmosphärischen Luft. Der 3. Abschnitt bringt die Gesetze der realen Gase und des Nebeneinanderbestehens der verschiedenen Phasen desselben Stoffes unter besonderer Bezugnahme auf das Wasser; denn dieses ist ja der einzige unter den wichtigeren atmosphärischen Bestandteilen, der sich unter gewöhnlichen Verhältnissen in dem kritischen Gebiet in der Nähe des „dreifachen Punktes" befindet. Es mag hier besonders auf die klare Darlegung der Gleichgewichtsverhältnisse zwischen den Phasen hingewiesen werden, wie sie einmal beim Nebeneinander von Gas und Flüssigkeit speziell über stark gekrümmten Oberflächen, und andrerseits allgemein beim Nebeneinander von Gas und fester Phase bestehen. Über diese wichtigen Fragen dürfte in der Tat bei den Meteorologen nicht durchweg die wünschenswerte Klarheit herrschen.

Der Kern des Werkes ist der 4. Abschnitt, der die wichtigsten meteorologischen Erscheinungen wenigstens in qualitativer Hinsicht als Resultat eines adiabatischen Konvektionsprozesses der wasserhaltigen Atmosphäre verstehen lehrt. Der Verfasser geht dabei in der Gedankenentwicklung den naturgemäßen Weg, indem er zunächst die Thermodynamik einer aus idealen Gasen bestehenden Atmosphäre, speziell im Falle des adiabatischen Gleichgewichtes, entwickelt. Von diesem Idealfall ist aber die Wirklichkeit augenscheinlich weit entfernt. Der nächste Gedanke, der behandelt wird, ist daher derjenige, zwar adiabatisches Gleichgewicht, aber unter Berücksichtigung der Kondensation anzunehmen. Die tatsächlichen Verhältnisse indes liegen noch komplizierter; das Charakteristische in der Schichtung der Troposphäre ist ja die „blättrige" Struktur, d. h. der Zerfall in einzelne Schichten, die durch Diskontinuitätsflächen voneinander getrennt sind, an denen die Temperatur und damit im allgemeinen auch die anderen meteorologischen Elemente fast sprunghafte Änderungen erleiden (Inversionen). Einfache Betrachtungen über die thermodynamischen und hydrodynamischen Folgerungen, die sich aus der Verschiedenheit von Temperatur, relativer Feuchtigkeit und Windgeschwindigkeit in den aneinanderstoßenden Schichten ergeben, liefern dann die Erklärung für eine ganze Reihe wichtiger meteorologischer Erscheinungen: Wolkenmeere und ihre umgekehrten Formen, die Mammatusbildungen, normale und Hindernis-Wogenwolken; auch die charakteristischen Erscheinungen beim Wechsel von Land- und Seewinden, sowie das Föhnphänomen lassen sich auf die Existenz von Temperaturumkehrschichten zurückführen. Das letzte Kapitel des Abschnittes beschäftigt sich mit den Erfahrungstatsachen über die obere isotherme Schicht und ihrer Erklärung als Effekt eines Strahlungsgleichgewichtes.

Der letzte, 5. Abschnitt umfaßt das Gebiet der Wolkenphysik. Er beginnt mit einem umfänglichen, durch zahlreiche instruktive Abbildungen erläuterten Kapitel über die Morphologie der Wolken und die Erklärung der Entstehung der einzelnen charakteristischen Formen. Ohne auf Einzelheiten einzugehen, möchte ich besonders auf die einheitliche und überzeugende Darstellung aller mit dem Gewittervorgang zusammenhängenden Erscheinungen hinweisen; auch sonst finden sich wertvolle Hinweise für das Verständnis der Wolkenformen. Es folgt die eingehende Behandlung des Kondensationsvorganges in flüssiger Form; unter Hinzuziehung auch der optischen Erscheinungen gelangt der Verfasser zu einer sehr vollständigen Kenntnis der Struktur der Wasserwolken. Komplizierter liegen die Verhältnisse für das Temperaturgebiet, in dem alle drei Phasen des Wassers, die flüssige in unterkühlter Form, nebeneinander vorkommen können; mit ihnen beschäftigt sich das letzte Kapitel des Buches. Vorbereitet durch die früheren systematischen Kapitel über die Kondensation gelingt aber auch die Erklärung der verschiedenen Arten fester Niederschlagsformen im wesentlichen lückenlos. Einige Bemerkungen über optische meteorologische Phänomene bilden den Abschluß.

Alles in allem ist das besprochene Buch eine wertvolle Bereicherung der meteorologischen Literatur.

A. v. Brunn.

H. Leiser, Wolfram. Eine Monographie mit einem Anhang. Die Patentansprüche über Wolfram-Glühkörper. gr. 8. X u. 224 S. mit 17 Abbildungen. Halle a. S., Wilhelm Knapp. 1911. M. 12.—

Das noch vor ca. 10 Jahren sehr nebensächlich behandelte Metall ist heutzutage durch die Glühlampentechnik von solcher Wichtigkeit geworden, daß darüber eine umfangreiche Spezialliteratur entstanden ist. Die vorliegende Monographie sucht diese von durchaus sachverständiger Seite zu sammeln, speziell natürlich die Glühlampen- und Wolframstahlpatente. Es werden für den Praktiker die Fundorte, Analysenmethoden, chemische und physikalische Eigenschaften und schließlich die bisherigen technischen Anwendungen mit einer ausführlichen Patentübersicht besprochen und auch versucht, neue Gebiete zur Ausnutzung der wertvollen Eigenschaften des Metalls anzudeuten.

H. v. Wartenberg.

C. Schäffer, Natur-Paradoxe. Ein Buch für die Jugend zur Erklärung von Erscheinungen, die mit der täglichen Erfahrung im Widerspruch zu stehen scheinen. Nach Dr. W. Hampsons „Paradoxes of nature and science" bearbeitet. 2. stark umgearbeitete Auflage. gr. 8, VI u. 188 S. mit 3 Tafeln u. 79 Textbildern. Leipzig, B. G. Teubner. 1911. Gebunden M. 3.—

Die bei ihrem Erscheinen mit so großem Beifall aufgenommene Schrift liegt jetzt in zweiter, stark veränderter Auflage vor. Die Disposition ist wesentlich geändert, die weitgehende Rücksicht auf den englischen Text ist aufgegeben und an Stelle von zwei weniger glücklich gewählter Kapitel der ersten Auflage sind 9 neue Kapitel mit 16 Textbildern hinzugefügt worden. In den drei neuen physikalischen Kapiteln: „Ein nicht bergab, sondern bergan rollender Körper", „Mit 1 kg ohne Kolben und Hebel einen Druck von 10 oder 100 kg auszuüben" und „Noch einmal das bergan fließende Wasser", werden der japanische Doppelkegel, die Realsche Presse, die Paskalschen Vasen und der hydraulische Widder behandelt. Die vier neuen chemischen Abschnitte sind betitelt: „Beweis, daß alle Stoffe durch Verbrennung nicht leichter, sondern schwerer werden", „Ist Luft brennbar?", „Die Kerze als Gasfabrik", „Durch Einwirkung reinen Wassers Farben zu verändern". Die physiologischen Paradoxe schließlich sind um zwei vermehrt: In dem Kapitel „Wie der Luftdruck unsere Knochen zusammenhält" werden die bekannten Versuche der Gebrüder Weber erörtert, und in dem Abschnitt „Kauen mit dem Magen" erfährt man allerlei von dem „Kaumagen" der Vögel und Gliederfüßler.

Die Lektüre dieses überaus reizvollen Buches wird nicht nur der Jugend, für die es bestimmt ist, sondern auch Erwachsenen anregende und unterhaltende Stunden gewähren.

R. Lucas.

F. Poske, Oberstufe der Naturlehre. (Physik nebst Astronomie und mathematischer Geographie.) Nach A. Höflers Naturlehre für die oberen Klassen der österreichischen Mittelschulen für höhere Lehranstalten des Deutschen Reiches bearbeitet. 3. vermehrte und verbesserte Auflage. gr. 8. XVI u. 359 S. mit 494 zum Teil farbigen Abbildungen und 4 Tafeln. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1911. Gebunden M. 4.—

In der hier vorliegenden 3. Auflage der „Oberstufe der Naturlehre" sind verschiedene unstrenge elementare Ableitungen (so in § 21, 56, 141) durch strengere ersetzt sowie die Zahl der Figuren, besonders durch einige graphische Darstellungen vermehrt worden. Ein Ersatz für die veralteten Tafeln der Isogonen und Isoklinen ist erst für die nächste Auflage in Aussicht genommen. Im übrigen sind die bei Abfassung des Lehrbuches befolgten Grundsätze auch bei dieser Auflage beibehalten worden.

Kleinere Druckfehler fand Referent auf den Seiten 194 und 208. An Stelle des Hinweises (Seite 242), daß der magnetische Südpol durch Borchgrewink im Jahre 1900 fast erreicht wurde, könnte die Notiz treten, daß Professor David von der Shakletonschen Expedition diesen Pol 1909 tatsächlich erreicht hat.

R. Lucas.

Personalien.

(**Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.**)

Habilitiert: An der Universität Stockholm Dr. Marcel Riesz für Mathematik, an der Universität Gießen Dr. Albert Peppler für Meteorologie, an der Universität Göttingen Dr. Richard Courant für Mathematik, an der Böhmischen Universität Prag Dr. Hostinsky für Mathematik, an der Universität Leipzig Dr. Gustav Reddelien für physikalische Chemie, an der Medizinischen Hochschule für Frauen in St. Petersburg Frau E. F. Kowalewska für Chemie (mit obligatorischem Lehrauftrag für physiologische Chemie).

Ernannt: Dr. Enrique Soler zum ord. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Barcelona, der a. o. Professor der rationellen Mechanik an der Universität Bologna Dr. Pietro Burgatti zum ord. Professor an derselben Hochschule, Dr. G. J. Gavett zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität von Washington, Dr. Z. Giambelli zum a. o. Professor der algebraischen Analysis an der Universität Cagliari, der Royal Astronomer of Ireland vom Observatory of Trinity College zu Dunsink Dr. Edmund Taylor Whittaker zum Professor der Mathematik an der Universität Edinburgh.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Chemie an der Universität Oxford Dr. William Odling.

Gestorben: Der frühere Professor für Chemie an der Universität Chicago Dr. Charles Gilbert Wheeler, der frühere ord. Prof. der Physik an der Universität Innsbruck Dr. Paul Cermak, der frühere ord. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Dresden Geheimer Rat Dr. August Toepler.

Gesuche.

Physiker, Dr. phil.

mit Staatsexamen (Göttingen), hauptsächlich geeignet für numerische und graphische Arbeiten, **sucht** Stellung in der Technik und ist zu sofortigem Eintritt bereit. Offerten unter **E. R. 1881** erbeten an den Verlag dieser Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

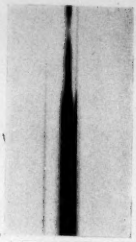
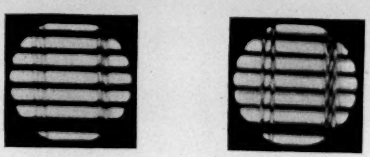
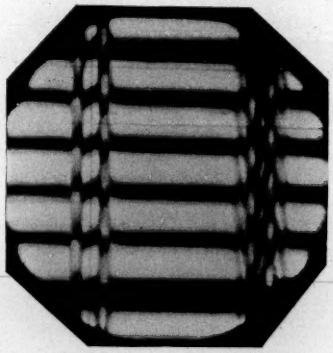


Fig. 3a.



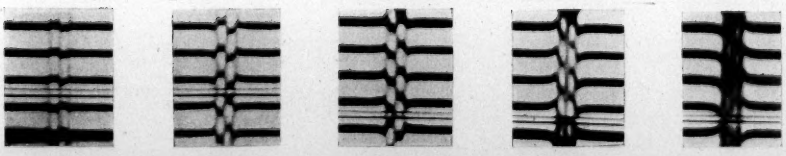
α β

Fig. 4.



γ

Fig. 5.



a b c d e

Fig. 8.

W. Voigt und H. M. Hansen, Das neue Gitterspektroskop des Göttinger Institutes und seine Verwendung zur Beobachtung der magnetischen Doppelbrechung im Gebiete von Absorptionslinien.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.